Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Educação

A resolução de problemas de adição e o desenvolvimento do cálculo mental: um estudo com alunos do 2.º ano

Relatório de Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Joana Filipa Ribeiro Tomás

Dezembro de 2014

Escola Superior de Educação de Setúbal

A resolução de problemas de adição e o desenvolvimento do cálculo mental: um estudo com alunos do 2.º ano

Relatório de Projeto de Investigação do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Unidade Curricular: Estágio III
Orientadora: Professora Doutora Maria de Fátima Mendes

Joana Filipa Ribeiro Tomás
Nº 120140069
Dezembro de 2014

Dedicatória

À minha querida avó, que partiu durante esta importante etapa da minha vida.

Agradecimentos

Ao terminar este trabalho, agradeço, em primeiro lugar, à minha orientadora, a Professora Doutora Maria de Fátima Mendes, por todo o apoio dado, tanto na altura da implementação do estudo, como ao longo da realização deste relatório de investigação. A sua competência, disponibilidade e ajuda foram um suporte essencial para poder acabar este trabalho.

Agradeço à professora Helena e aos alunos do 2º B, por possibilitarem todo o estudo. A participação e empenho destas crianças ao realizarem as tarefas propostas foram a chave para o resultado obtido.

Às minhas colegas de mestrado e amigas, Marta, Margarida e Carlota, que se prontificaram a ajudar-me nas minhas dúvidas e ouviram as minhas hesitações, sem me deixarem desistir.

Às minhas amigas Cristina e Cláudia que sempre me deram força para continuar, para não desistir mesmo nos momentos mais difíceis.

À minha irmã, que presenciou toda a pressão e ansiedade, ajudando-me ainda em alguns pontos deste relatório.

Por último, agradeço ao meu namorado, que esteve sempre do meu lado, que apoiou todas as minhas crises e ausências, e que acreditou sempre em mim, não me deixando desistir nunca.

Resumo

Este estudo tem como principal objetivo analisar quais são as estratégias de cálculo mental utilizadas por alunos do 2º ano de escolaridade na resolução de cadeias numéricas e de problemas de adição. Para tal, procurei responder a duas questões: a) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de cadeias numéricas? b) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de problemas numéricos?

O presente estudo apresenta uma abordagem qualitativa, assumindo uma abordagem próxima da investigação-ação. A recolha de dados foi feita através da observação e análise documental.

Este estudo teve como participantes 27 alunos de uma turma de 2º ano do contexto de estágio III, no âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico.

Os alunos em estudo resolveram catorze cadeias numéricas e nove problemas de adição, embora a análise do estudo apenas tenha sido realizada a duas propostas de cada tarefa.

A análise dos dados recolhidos permitem afirmar que os alunos utilizam diferentes estratégias de cálculo, que consistem na utilização de factos numéricos, e nas estratégias 1010 e N10C. Com este estudo, não foi possível identificar uma preferência por alguma das estratégias referidas.

Palavras-chave: cálculo mental, estratégias de cálculo mental, cadeias numéricas, problemas numéricos.

Abstract

This study is meant to examine what are the mental calculation strategies used by students of the 2nd grade in solving numeric strings and addition problems. To this end, I sought to answer two questions: a) What mental calculation strategies students use to solve numeric strings? b) What mental calculation strategies students use in solving numerical problems?

This study presents a qualitative approach, taking a close approach to research-action. Data collection was carried out through observation and document analysis.

This study participants 27 students in a class of 2nd year of internship context III, under the Master in Preschool Education and Teaching of the 1st cycle of basic education.

Students had resolved fourteen numeric strings and nine numerical problems, although the study analysis has only been performed on two proposals for each task.

The analysis of data collected have revealed that students use different calculation strategies, involving the use of numerical facts, and strategies 1010 and N10C. This study could not identify a preference for any of these strategies.

Keywords: mental arithmetic, mental calculation strategies, number strings, numeric problems.

Índice

I. Introdução

A matemática é uma das áreas curriculares que contribui para o desenvolvimento de cidadãos críticos e intervenientes, na sociedade. Por isso mesmo, o desenvolvimento do sentido de número e o gosto pela manipulação de números é muito importante. É essencial que os alunos desenvolvam estratégias e procedimentos úteis nos cálculos que têm de realizar.

O desenvolvimento do sentido de número é um dos propósitos principais do trabalho a desenvolver no tema Números e Operações, presente nos primeiros anos de escolaridade (Ministério da Educação (ME), 2007).

McIntosh, Reys e Reys (1992), referiu ainda que:

> "O sentido do número surge como a compreensão geral dos números e das operações, em paralelo com a capacidade e inclinação para utilizar este conhecimento de forma flexível de forma a fazer julgamentos matemáticos e a desenvolver estratégias eficazes para lidar com os números e as operações" (p. 3).

O papel do professor é ajudar nesta tarefa, a desenvolver e a fortalecer o sentido de número, pois é um dos aspetos essenciais da aprendizagem da Matemática nos primeiros anos de escolaridade, de modo a capacitar os alunos a resolverem problemas de adição e subtração de números inteiros positivos (McIntosh, Reys & Reys, 1992).

O meu projeto foi implementado numa turma onde já tinha feito o meu primeiro estágio no 1º Ciclo do Ensino Básico (1º CEB) e, a partir de observações que fiz, pude constatar que aqueles alunos, especificamente, precisavam de desenvolver o seu sentido de número, para conseguirem construir estratégias para resolverem as tarefas numéricas que lhes eram propostas.

Assim, pensei ser pertinente organizar um conjunto de tarefas que tivessem como objetivo desenvolver o cálculo mental. O cálculo mental caracteriza-se por, de acordo com Buys (2008, p. 122) ser um "movimento rápido e flexível no mundo dos números".

O atual programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) dá enfase à importância de se criarem condições adequadas à aprendizagem, na sala de aula, de modo a que os alunos desenvolvam uma “fluência de cálculo” conseguida através de “uma sólida proficiência no cálculo mental” (ME, 2013, p. 6).

No PMEB (2007), está enunciada a importância que o desenvolvimento do cálculo mental tem para o desenvolvimento do sentido de número: “O cálculo mental tem de ser desenvolvido desde o início do 1.º ciclo e está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número” (ME, p. 12).

Ainda no PMEB (2007), estão descritas algumas características do cálculo mental, tais como: “(i) trabalhar com números e não com algarismos; (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares; e (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação” (ME, p. 12). Associadas ao cálculo mental, surgem as estratégias que os alunos podem construir e/ou aprender. Nesse sentido, o documento referido anteriormente refere que “existem diferentes estratégias de cálculo mental que devem constituir objectivos de aprendizagem na aula de Matemática” (ME, p. 12), embora não sejam mencionadas quais as estratégias que devem ser utilizadas nestes primeiros anos. As estratégias devem ser construídas pelos alunos, pois cada um identifica-se melhor com alguma forma de chegar a um resultado correto. O professor deve proporcionar ao aluno contextos a partir dos quais este possa desenvolver estratégias de cálculo mental.

Uma das formas de desenvolver o cálculo mental nos alunos é utilizando mini-lições com cadeias numéricas. Estas são, como está enunciado no *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º CEB*: “pequenos períodos de tempo diários, com uma duração de cerca de 10 a 15 minutos, planeados intencionalmente para ajudar os alunos a desenvolver um reportório de estratégias de cálculo baseadas numa compreensão profunda das relações numéricas e das operações” (p. 1).

O cálculo mental pode ser utilizado em diversas situações, nomeadamente na resolução de problemas. Como defende Thompson (2009), o cálculo mental ajuda a desenvolver um bom sentido de número e promove o desenvolvimento de competências para resolver problemas numéricos.

No PMEB (2007), está também descrito que "os alunos devem desenvolver o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos" (p. 13). Posso então inferir que, o sentido de número, o cálculo mental e a resolução de problemas estão relacionados.

Já nas Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico, são referidas metas curriculares que nos suscitam uma perceção um pouco diferente:

"5. *Adicionar e subtrair números naturais*

1. Saber de memória a soma de dois quaisquer números de um algarismo
3. Adicionar ou subtrair mentalmente e de um número com três algarismos.

6. *Resolver problemas*

1. Resolver problemas de um ou dois passos envolvendo situações de juntar, acrescentar, retirar, comparar e completar" (ME, 2013, p. 9).

No PMEB (2007) os autores valorizaram o sentido de número, o cálculo mental, bem como a compreensão que os alunos devem ter dos números e das operações com que estão a trabalhar. No entanto, no PMEB (2013) e nas Metas Curriculares de Matemática, é dada a perceção de que os alunos devem memorizar os cálculos, de modo a ser cada vez mais fácil chegar a um resultado final.

O presente projeto insere-se então, na área curricular da Matemática, mais concretamente no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, a partir de cadeias numéricas, e na sua aplicação na resolução de problemas.

Neste estudo, irei centrar-me nas operações de adição, um tipo de operação que assume um papel importante no 1º e 2ºs anos de escolaridade. Alguns autores sugerem que os problemas de adição e subtração deverão ser resolvidos pelos alunos desde o início e em simultâneo. Contudo, os alunos da turma em questão tinham ainda uma dificuldade bastante elevada na subtração, razão pela qual esta operação não foi incluída no estudo.

Este tema pareceu-me pertinente uma vez que constatei alguma falta de agilidade mental na realização de cálculos de adição por parte dos alunos, bem como pela curiosidade de saber se, realmente, as estratégias de cálculo desenvolvidas são utilizadas nos diferentes problemas com que os alunos se deparam, no dia-a-dia.

É uma turma que, desde o início revelou alguma imaturidade no que diz respeito à Matemática e, em particular, no que respeita ao cálculo mental, por isso, pareceu-me importante que o meu projeto incidisse nessa área, de modo a ajudar os alunos a desenvolverem o seu sentido de número, o seu cálculo mental (no caso deste projeto, a partir de cadeias numéricas) e a melhor forma de utilizarem esses conhecimentos na resolução de problemas com que se deparam (neste projeto, apenas se utilizaram problemas numéricos de adição).

Morais (2011) refere que o trabalho com os números como um todo, característico do cálculo mental, permite que as crianças compreendam significativamente os números e as operações numéricas, contribuindo para o sentido de número.

Assim, o meu projeto está associado ao aprofundar da compreensão acerca das estratégias utilizadas pelos alunos e à implementação de outras; se estes as utilizam na realização de outros exercícios, nomeadamente em problemas numéricos de adição.

O objetivo deste estudo será analisar as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos do 2º ano de escolaridade, na resolução de problemas e na resolução de cadeias numéricas. Relacionadas com este objetivo, formulei algumas questões que me puderam guiar ao longo do seu desenvolvimento:

a) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de cadeias numéricas?

b) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de problemas numéricos?

Fazendo uma breve descrição do meu relatório, o mesmo está dividido em cinco partes principais, que são representadas pelos capítulos seguintes do trabalho.

O segundo capítulo é inteiramente de cariz teórico, representando uma revisão da literatura correspondente ao tema do meu trabalho. É constituído pelos pontos que estão envolvidos neste trabalho, para uma melhor perceção. Tais pontos são o sentido de número, o cálculo mental e as estratégias inerentes ao mesmo, as cadeias numéricas e a resolução de problemas de adição.

No terceiro capítulo, é explicitado o modo como foi realizado o estudo, a metodologia de trabalho, enunciando o paradigma que é seguido e os métodos adotados, apresentando o contexto em que o mesmo foi desenvolvido, a caracterização dos alunos, e descrevendo os procedimentos de recolha de dados bem como o processo de análise dos mesmos.

No quarto capítulo, surge a apresentação de todas as tarefas realizadas em sala de aula com os alunos, assim como o modo como foram implementadas e desenvolvidas.

No quinto capítulo, surge a apresentação e análise dos dados, que dividi nas diferentes tarefas analisadas; neste capítulo há ainda sínteses das diferentes estratégias utilizadas pelos alunos.

Por fim, está o capítulo da conclusão, onde apresento uma síntese do estudo e tento responder às questões iniciais do estudo.

II. Revisão da Literatura

O estudo a apresentar neste trabalho tem por base a influência do cálculo mental na resolução de problemas, ou seja, será analisar as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos do 2º ano de escolaridade, na resolução de problemas e em cadeias numéricas.

Assim, neste capítulo, irei fazer uma revisão da literatura associada ao cálculo mental, ao sentido de número, às cadeias numéricas e à resolução de problemas de adição.

Primeiramente, irei caracterizar sentido de número, bem como o que se pode fazer para desenvolver esta capacidade. Este subcapítulo estará intimamente ligado com o cálculo mental, núcleo do trabalho.

Seguidamente, farei uma breve caracterização do cálculo mental e identifico formas de desenvolver o mesmo (cadeias numéricas). Dentro deste tema, será incluída a resolução de problemas de adição, as estratégias de cálculo mental na adição e, por fim, o cálculo mental nas orientações curriculares.

O sentido de número

Como indica Bourdenet (2007), o uso crescente da calculadora fez perder o hábito de calcular mentalmente, negligenciando a aprendizagem de competências básicas de cálculo. É importante que os alunos adquiram um bom sentido de número, para que haja uma crescente evolução dos seus procedimentos matemáticos.

A expressão "sentido de número" surgiu no início da década de 90 do séc. XX, definido como uma rede conceptual, bem organizada, que permite a relação entre números, operações e suas propriedades, permitindo também a resolução de problemas de modo flexível e criativo (Sowder, 1992).

Também McIntosh, Reys e Reys (1992) tentaram definir sentido de número, dizendo que:

> "surge como a compreensão geral dos números e das operações, em paralelo com a capacidade e inclinação para utilizar este conhecimento

de forma flexível de forma a fazer julgamentos matemáticos e a desenvolver estratégias eficazes para lidar com os números e as operações" (p. 3).

O termo avança na literatura da educação com uma importância reconhecida pela comunidade matemática, "uma vez que abarca inúmeros aspectos relacionados quer com os números, operações e suas relações, quer com a resolução de problemas" (Morais, 2011, p. 8).

O sentido de número é algo que não se consegue propriamente definir, pois deriva do conhecimento que cada um possa ter sobre os números e operações. Relaciona-se também com a aptidão e a escolha de cada um na utilização desse conhecimento de modo ágil, crítico e no desenvolvimento de estratégias cada vez mais eficientes de cálculo. Deste modo, o sentido de número é algo pessoal, uma vez que se constitui a partir das ideias sobre os números que um indivíduo tem e do modo como essas ideias foram estabelecidas (Cebola, 2002).

Por isso mesmo, Reys (1994) defende que o sentido de número não é um processo finito que o aluno tem ou não tem, é sim um processo de desenvolvimento e maturação, a partir de experiência e conhecimento.

Em Portugal, na publicação *A Matemática na Educação Básica* de Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), surge explicitamente o termo sentido de número, cujo entendimento é semelhante ao apresentado por McIntosh *et al.* (1992), constituindo-se como "uma referência central do ensino dos números e do cálculo desde os primeiros anos" (p. 46). Para Abrantes Serrazina e Oliveira (1999), os alunos com sentido de número são os que "desenvolveram significados para os números e para as relações numéricas, reconhecem a sua grandeza relativa e os efeitos das operações sobre os números" (p. 61).

Ainda de forma a caracterizarem o sentido de número da melhor maneira, McIntosh et al. (1992), recorrem a um modelo composto por três componentes que consideram que o mesmo envolve:

<u>O conhecimento e destreza com os números</u> – Engloba o sentido da regularidade dos números, as múltiplas representações dos números, o sentido da

grandeza relativa e absoluta dos números e, finalmente, o uso de sistemas de referência.

No que concerne ao sentido da regularidade dos números, os alunos devem perceber o sistema de valor de posição. Assim que atinge essa compreensão, o aluno organiza, compara e ordena mentalmente os números encontrados num contexto matemático, mais facilmente. Os padrões inerentes ao sistema de numeração são entendidos quando um aluno começa a adquirir a capacidade de contar a partir de 20, oralmente e/ou por escrito. "Uma vez identificados, estes padrões proporcionam um suporte importante para que o processo e a sequência de contagem continuem e se generalizem" (Ferreira, 2012, p. 31).

É importante que o aluno reconheça que um número pode ser representado de diversas formas, bem como pode ser pensado e manipulado de várias maneiras. O reconhecimento de que algumas representações são mais úteis do que outras em certas situações de resolução de problemas é valioso e essencial para o desenvolvimento do poder matemático (*idem*, p. 31).

O sentido de grandeza relativa e absoluta dos números está ligado à noção de grandeza que o aluno deve possuir entre o valor relativo de um número ou a quantidade em relação a outro número. Segundo Ferreira (2012), "envolve a capacidade para reconhecer o valor relativo de um número ou quantidade em relação a outro número e a capacidade para sentir a grandeza geral de um dado número ou quantidade" (p. 32).

Por fim, a utilização de sistemas de referência deve ser para facilitar a avaliação de uma resposta ou, simplesmente, para arredondar um número, por forma a auxiliar o cálculo mental ou a resolução de problemas.

<u>O conhecimento e destreza com as operações</u> – Engloba a compreensão do efeito das operações, das propriedades e a das relações entre as operações.

A compreensão do efeito das operações, com diferentes números, incluindo racionais e inteiros, está ligada à mudança nas respostas, tendo em conta a alteração de uma das componentes da operação: os alunos com sentido de número são capazes de refletir e investigar como e porque aconteceu, contribuindo para a obtenção de sentido de número.

"A compreensão das propriedades matemáticas, a propriedade comutativa e associativa, pode tornar mais evidente o sentido de número e, muitas vezes, os alunos, intuitivamente, aplicam as propriedades aritméticas nos procedimentos inventados para calcular" (Ferreira, 2011, p. 32).

Compreender a relação entre as operações, permite ao aluno obter diferentes formas de pensar e de resolver os problemas, assim como pensar no problema de outra forma, a partir da compreensão do significado de cada uma das operações. Como refere Cebola (2002), o sentido da operação interage com o sentido do número e possibilita um suporte para o desenvolvimento conceptual do cálculo mental e escrito.

<u>A aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo</u> – Engloba a compreensão para relacionar o contexto e os cálculos, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, a apetência para usar representações eficazes e a sensibilidade para rever os dados e resultados.

O aluno deve saber tomar decisões que o ajudem a chegar a uma resposta final. Como refere Ferreira (2012):

> "Resolver problemas da vida real requer raciocinar com números e/ou aplicar operações aos números envolvidos tomando uma variedade de decisões incluindo: decidir que tipo de resposta é apropriada (exata ou aproximada); decidir que ferramenta de cálculo é eficiente e/ou acessível (calculadora, cálculo mental); escolher uma estratégia e procedimento; aplicá-los; rever os dados e a razoabilidade dos resultados e talvez repetir o ciclo utilizando estratégias e procedimentos alternativos" (p. 33).

Portanto, na resolução de um problema, o aluno deve ainda relacionar o contexto e os cálculos necessários à sua resolução. Deve ainda "compreender que o problema fornece pistas para a utilização, não só das operações a utilizar, mas também do tipo de números a tratar" (Monteiro, 2013, p. 27).

Por fim, o aluno deve ter a sensibilidade necessária para perceber se o resultado a que chegou faz sentido no contexto que lhe foi apresentado.

O modelo proposto por McIntosh *et al.* (1992) demonstra a complexidade do termo sentido de número, além de mostrar que o mesmo se desenvolve "ao longo do tempo e perante diversas situações, em que a experiência é um fator determinante" (Ferreira, 2012, p. 33).

Ferreira (2012), analisando o relatório National Mathematics Advisory Panel (2008), encontra uma forma diferente de definir sentido de número, definindo-o em duas perspetivas, uma com um sentido mais elementar e outra "considerando um tipo mais avançado de sentido de número" (Ferreira, 2012, p. 35). Na primeira, o sentido de número "envolve uma capacidade para identificar, de forma imediata, o valor numérico associado a pequenas quantidades, facilidade com competências de contagem básicas e uma proficiência na aproximação à grandeza de um pequeno número de objetos e operações numéricas simples" (NMAP, 2008, p. 27).

Na perspetiva mais avançada, os alunos devem adquirir o sentido de número através da "compreensão do modo de funcionamento do valor de posição, de como os números inteiros podem ser compostos e decompostos e do significado das operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão" (NMAP, 2008, p. 27), ou seja, através do ensino formal.

À semelhança do modelo proposto por McIntosh *et al*. (1992), este relatório refere também a importância da compreensão das propriedades das operações e o conhecimento de como aplicar estes princípios na resolução de problemas.

O sentido do número envolve, assim, a compreensão do modo como os números se relacionam entre si, da possibilidade de diferentes representações dos números e dos significados associados através de diferentes operações (Anghileri, 2001).

Como resumo ao modelo apresentado anteriormente, esta componente diz respeito à compreensão da relação entre o contexto de problemas e os cálculos adequados, à consciência da existência de variadas estratégias de resolução e aptidão para a escolha da mais eficiente e, por fim, predisposição para a verificação dos resultados, refletindo sobre a sua correção e relevância perante o contexto do problema (McIntosh *et al.*, 1992).

Cálculo mental

Os alunos têm cada vez menos capacidade de cálculo mental e mais dificuldade com as operações básicas, pois "o ensino tem estado muito direcionado para o trabalho com as operações em detrimento do desenvolvimento do cálculo mental, da estimativa e da procura de diferentes estratégias para efetuar os cálculos" (Ferreira, 2012, p. 44).

O cálculo mental é considerado essencial para um bom desenvolvimento de sentido de número, já que "encoraja a procura de processos mais fáceis baseados nas propriedades dos números e das operações" (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 59). Porém, na sociedade, o mesmo é entendido de forma diferente. Será que o cálculo mental apenas é um cálculo feito "de cabeça"? Será que é um cálculo já "decorado", mecanizado? Será que pode haver cálculo mental quando recorremos ao papel e ao lápis?

Uma das definições de cálculo mental que surge é a de Sowder (1992) descrevendo o cálculo mental como "o processo de efetuar cálculos aritméticos sem a ajuda de meios externos" (p. 182). Esta é uma das definições "ligada à memorização e à realização de cálculos com rapidez e apenas «de cabeça»" (Mendes, 2012, p. 101). Sowder (1992) distingue os cálculos escritos dos cálculos utilizados no cálculo mental, designando-os de algoritmos mentais. Estes últimos são (Morais, 2011, p. 13):

- "Variáveis, uma vez que existem diferentes modos para realizar o mesmo cálculo";
- "Flexíveis, podendo adaptar-se os números a calcular de modo a facilitar a operação";
- Ativos, já que a escolha de método para realizar o cálculo parte do indivíduo;
- "Globais, pois os números são considerados como um todo e não pelos seus dígitos";

- “Construtivos, começando-se a calcular, geralmente, a partir do primeiro número apresentado no cálculo”;
- Requerem a total compreensão, desenvolvida pela própria utilização;
- Indicam uma aproximação inicial da resposta, uma vez que o cálculo se inicia geralmente com o dígito da maior ordem de grandeza (da esquerda para a direita).

McIntosh (1996), utiliza uma definição muito idêntica à de Sowder (1992), defendendo também que o cálculo mental é determinado sem a ajuda ou registo externo, envolvendo mais do que factos numéricos conhecidos, acrescentando ainda que “a capacidade para calcular mentalmente de forma flexível é tanto uma componente como um indicador de sentido de número” (p. 260).

Mais tarde, Buys (2008) descreve cálculo mental como “o cálculo hábil e flexível baseado nas relações numéricas conhecidas e nas características dos números” (p. 121), tratando-se ainda de “um movimento rápido e flexível no mundo dos números” (p.122), que irá resultar do sentido de número do indivíduo. O mesmo autor explicitou também algumas características do cálculo mental, que o distinguem de outros tipos de cálculo:

- Opera-se sobre os números e não sobre os dígitos, pois os números são vistos como um todo;
- Utiliza propriedades elementares das operações e relações numéricas;
- É “apoiado num bom conhecimento dos números e num profundo conhecimento de factos numéricos básicos com números até 20 e até 100” (Morais, 2011, p. 12);
- Permite recorrer a registos intermédios em papel.

Noteboom, Bokhove e Nelissen (2008) definem o cálculo mental como “um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números” envolvendo “o uso de factos, de propriedades dos números e das operações e o modo como estes se relacionam” (p. 90). Relativamente à utilização de registos intermédios no cálculo mental, os autores também salientam que calcular mentalmente “não é o mesmo que fazer os cálculos na cabeça, mas sim com a cabeça e registar determinados passos, se necessário" (p. 90).

Ainda acerca da utilização de registos intermédios, McIntosh, Reys e Reys (1997) não são apologistas de serem utilizados materiais externos, definindo o cálculo mental como "o cálculo exato efetuado na cabeça. Portanto, não são utilizadas quaisquer ferramentas externas, como a calculadora ou o papel e lápis" (p. 322).

O cálculo mental está associado a algumas características como a flexibilidade, a adaptabilidade, a precisão e a eficiência, e o seu desenvolvimento em sala de aula está relacionado com o sentido de número dos alunos. Por isso, é importante "esclarecer que características deve ter o cálculo mental dos alunos de modo a ser eficaz perante as tarefas que é preciso resolver e como se relaciona com o desenvolvimento do sentido de número" (Mendes, 2012, p. 116).

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) assume como objetivo, para o trabalho com o números e operações com números inteiros, o desenvolvimento da fluência de cálculo, "desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito" (p. 13).

Segundo Hartnett (2007), o desenvolvimento do cálculo mental exige muito mais do que a aplicação de procedimentos memorizados e procedimentos algorítmicos. O cálculo mental dá oportunidade aos alunos para trabalharem os números de forma flexível e pode proporcionar-lhes o desenvolvimento e a melhoria do seu sentido de número. Thompson (2009) reforça que, entre outros motivos, o cálculo mental não só desenvolve um bom sentido de número, como também promove o desenvolvimento de competências da resolução de problemas.

Como forma de explicar a evolução do cálculo mental, Buys (2008) indica que o mesmo evolui através de três níveis de cálculo, a partir dos quais se dá uma aquisição dos processos de aprendizagem e evolução dos mesmos. Para o cálculo com números até 20, os cálculos são distinguidos da seguinte forma:

- Cálculo por contagem - os cálculos são realizados na linha numérica e as operações são movimentos ao longo da mesma (Morais, 2011; Ferreira, 2012);

- Cálculo por estruturação - “os números são agrupados ou divididos de modo mais conveniente” (Morais, 2011, p. 13);
- Cálculo formal – aqui, os cálculos já são feitos a partir de relações numéricas que as crianças já aprenderam e são capazes de estabelecer (Morais, 2011).

Para o cálculo mental com números superiores a 20, Buys (2008) apresenta três formas básicas de cálculo, que se relacionam entre si na medida em que evoluem a partir da anterior, e cuja aquisição é acompanhada pelo desenvolvimento do sentido de número:

- Cálculo em linha – as operações são feitas a partir de movimentos ao longo da linha. Na adição, os movimentos são para a frente;
- Cálculo recorrendo à decomposição decimal – “opera-se com os números a partir das suas decomposições decimais” (Morais, 2011, p. 16);
- Cálculo mental utilizando estratégias variadas – escolhe-se uma estrutura para operar, “utilizando as propriedades aritméticas adequadas” (Morais, 2011, p. 16).

Buys (2008) acrescenta que, durante o processo de evolução, a forma mais primária não desaparece, apenas se torna mais complexa, ampliando o conjunto de estratégias de cálculo mental, das quais os alunos podem escolher qual a mais adequada consoante o tipo de cálculo que têm de resolver.

Num estudo apresentado por Ferreira (2012), de Marcovits e Sowder (1994), é demonstrado que a “competência no cálculo mental e compreensão de número se desenvolvem juntas” (Ferreira, 2012, p. 46). Neste estudo, os alunos foram sujeitos ao ensino de cálculo mental durante três meses; após esse tempo, verificou-se uma relação positiva entre as duas capacidades pois “a exploração de estratégias levou a uma melhor compreensão do valor de posição, decomposição de números, ordem das operações e propriedades tanto dos números como das operações” (p. 46-47).

Nos currículos da Matemática é reconhecida a importância da inclusão do cálculo mental. É um dos principais objetivos do tema Números e Operações do PMEB (2007), referindo que o cálculo mental deve ser desenvolvido desde o 1º ano de escolaridade, estando associado ao desenvolvimento do sentido de número. “A destreza do cálculo é essencial para a manutenção de uma forte relação com os números, para que os alunos sejam capazes de olhar para eles criticamente e interpretá-los de modo apropriado" (ME, p. 10).

Thompson (2009), a par da importância do cálculo mental, refere quatro razões para o seu ensino:

- "A maioria dos cálculos é feita mentalmente e não com papel e lápis" (Ferreira, 2012, p. 47);
- O cálculo mental ajuda os alunos a usar e desenvolver cálculos abreviados, ajudando ainda ao desenvolvimento do sistema numérico;
- Ajuda no desenvolvimento de competência de resolução de problemas, pois "dá grande enfase à necessidade de selecionar uma estratégia de cálculo apropriado tendo em conta os números e a sequência de passos para executar o cálculo" (Ferreira, 2012, p. 47);
- Contribui para que, mais tarde, os alunos tenham um bom cálculo escrito. (Ferreira, 2012).

Também Beishuizen (2001) reforça que é importante o desenvolvimento do cálculo mental nas crianças. Porém, chama a atenção de que não basta uma atividade mental diária para que esse desenvolvimento se verifique, embora a mesma seja importante de praticar, tendo em vista o desenvolvimento das estratégias mentais dos alunos para outras mais eficientes e aspetos gerais do cálculo mental, tais como:

- Deixar os alunos mais conscientes do que estão a fazer (sentido de número);
- Registar passos processuais das operações numéricas;
- Verbalizar e discutir cálculos mentais alternativos;
- Tomar consciência de processos mentais eficientes e ineficientes;
- Adaptar e desenvolver estratégias dirigidas a níveis superiores de proficiência (Beishuizen, 2001).

Desenvolver o cálculo mental – cadeias numéricas

De forma a desenvolver estratégias de cálculo mental, Fosnot e Dolk (2001) sugerem a exploração de tarefas em sala de aula que permitam desenvolver um reportório de estratégias de cálculo, "baseadas numa compreensão profunda das relações numéricas e das operações" (Lourenço & Veia, 2011, p. 37). Surge então, a partir de Fosnot e Dolk (2001), a ideia de cadeias matemáticas, nas quais a principal finalidade será desenvolver nos alunos um cálculo mental eficiente. Os autores denominam-nas de *mini-lessons* e sugerem que sejam aplicadas num espaço de aula curto, de dez a quinte minutos, para ajudar os alunos a desenvolverem o cálculo mental. "Estas são baseadas nos factos matemáticos básicos, nas relações entre os números, sendo bastante orientadas e explícitas" e têm como objetivo específico "realçar determinados procedimentos e desenvolver o cálculo mental eficiente" (Fosnot & Dolk, 2001, p. 127).

Para a aplicação das cadeias numéricas, o professor deve apresentar um conjunto de tarefas de quatro ou cinco cálculos relacionados entre si. A estrutura da cadeia, com propostas sequenciais e encadeadas, influencia os procedimentos dos alunos, uma vez que um certo cálculo se baseia noutro realizado na(s) linha(s) anterior(es) (Fosnot & Dolk, 2001). Ainda segundo os mesmos autores, é essencial escolher tarefas bem estruturadas e que se relacionem de modo a desenvolver e realçar relações entre números e operações. Exemplos disso são apresentados por Ferreira (2012, p. 50), baseando-se em Fosnot e Dolk (2001):

- Saltando dez e depois compensando: 15+9 = 15+10-1;
- Movendo para a dezena mais próxima: 15+9 = 15+5 (obtém 20) +4;
- Usando a compensação: 15+9 = 14+10;
- Desenvolvendo séries: 15+10; 15+9; 15+19;
- Trabalhando com os dobros e quase dobros: 5+5 e 5+6; 25+25, 25+26 e 25+24;
- Trabalhando com a decomposição de números: 28+44 pode ser resolvido ao adicionar 20+40, depois 8+4, e no final juntar 60+10+2.

Embora seja importante ter uma cadeia numérica já pensada e pronta a apresentar aos alunos, o professor não coloca os cálculos no quadro todos de uma vez, "coloca um de cada vez e as crianças discutem as suas estratégias antes do cálculo seguinte ser apresentado" (Fosnot & Dolk, 2001, p. 128). Com este método, os alunos podem considerar as estratégias do cálculo anterior, bem como os números neles utilizados, levando-os a pensarem nas relações entre os cálculos, à medida que os vão resolvendo.

Além disso, Fosnot e Dolk (2001) referem ainda que é importante que o professor vá "representando as estratégias dos alunos, fornecendo um registo escrito da ação" (p. 129), pois ajuda à perceção das exposições verbais das várias estratégias, já que os alunos podem ver a forma como os seus colegas pensaram. Com este método, os alunos ficam também curiosos e interessados em perceberem como os seus colegas utilizaram cada estratégia, ao ponto de as começarem "a adotar quando acharem apropriado e mais eficiente" (Fosnot & Dolk, 2001, p. 133).

Neste estudo, as aulas e as tarefas propostas seguiram as características enunciadas. As cadeias numéricas foram aplicadas com o objetivo de desenvolverem nos alunos um cálculo mental eficiente, realçando procedimentos associados a propriedades dos números. Foram usados números de referência, de modo a suscitar o uso de determinados procedimentos de cálculo baseados nas suas propriedades. (Fosnot & Dolk, 2001).

Resolução de problemas de adição

A resolução de problemas "assume grande importância na aprendizagem da Matemática que está patente quer em orientações a nível internacional, quer a nível nacional" (Morais, 2011, p. 30). É, portanto, indiscutível que a resolução de problemas é uma ferramenta essencial para a aprendizagem matemática e consequente desenvolvimento.

O dicionário online de Português (2009) define "problema", relativamente à Matemática, como um "exercício em que se calculam uma ou múltiplas quantidades sobre as quais não se tem conhecimento, relacionando-as com outras já sabidas; questão que se resolve através de cálculos".

Há que entender que "as situações que as crianças acham problemáticas distinguem-se devido às diferenças dos seus conhecimentos, experiências e objectivos" (Yackel, Cobb, Wood, Weatley & Merkel, 1991, p. 18).

Muitas vezes, denominamos de problema uma tarefa que, para muitos alunos, poderá ser um exercício. Assim, existem tarefas que poderão constituir um problema para um aluno se este não possuir meios para o resolver através de uma solução rápida (Morais, 2011). "Por outro lado, se o aluno é capaz de o resolver rapidamente utilizando determinada estratégia, tal tarefa não se trata de um problema, mas sim de um exercício" (Morais, 2011, p. 24).

No programa de Matemática do 1º ciclo, de 1991, podemos observar a resolução de problemas como uma atividade fundamental integrada em todas as temáticas, "quer na fase de exploração e descoberta, quer na fase de aplicação" (ME, p. 167).

O Currículo Nacional do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2001) inclui a resolução de problemas no tipo de experiências de aprendizagem em que todos os alunos se devem envolver, salientando que "constitui, em Matemática, um contexto universal de aprendizagem e deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas actividades" (p. 68).

No Programa de Matemática do Ensino Básico (2007), no módulo de números e operações referente ao 1º ciclo, refere que o propósito principal de ensino é "desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos" (p. 13).

Ainda no mesmo documento oficial, são objetivos gerais de aprendizagem o aluno "desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito, e ser capaz de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos" (p. 13).

Também no PMEB (2007), é notória a importância dada à resolução de problemas, já que é destacada como "uma das três capacidades transversais a toda a aprendizagem da matemática, devendo merecer uma atenção permanente no ensino" (ME, 2007, p. 1).

No mais recente Programa de Matemática para o Ensino Básico, é referido que o gosto pela Matemática "pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas." (ME, 2013, p. 2).

Verschaffel, Greer & De Corte (2007), afirmaram que os problemas “eram usados para treinar os alunos a aplicar o conhecimento e as competências matemáticas formais previamente aprendidas na escola a situações da vida real” (p. 582). A esses problemas denominam-se de problemas de palavras.

Os mesmos autores definem este termo como problemas que possibilitam o desenvolvimento das capacidades dos alunos neste campo, bem como uma oportunidade para os alunos construírem uma compreensão rica e ampla das operações básicas existentes, de revelarem níveis avançados de contagem, e de construírem um conjunto de estratégias de cálculo com números inteiros, cada vez mais eficientes.

Para Ferreira (2012) “ser capaz de resolver um problema de palavras significa que o aluno identifique a questão contida no contexto do mesmo, escolha uma estratégia e um procedimento de solução adequado para realizar os cálculos necessários à sua execução” (p. 60).

No entanto, a resolução de problemas poderá ser utilizada como ponto de partida para a abordagem de novos conceitos e ideias matemáticas ou, por outro lado, pode ser uma atividade para ajudar a aplicar, desenvolver e consolidar ideias matemáticas já trabalhadas (Ponte *et al.*, 2007).

Nos primeiros anos de escolaridade, é essencial que os alunos se deparem com vários tipos de problemas que englobem a adição e a subtração de números inteiros, ajudando assim ao desenvolvimento da compreensão destas operações, “central para o conhecimento da Matemática” (Morais, 2011, p. 60).

A operação adição pode surgir em diversas situações, com significados diferentes, dependendo da situação/problema em que estejam presentes. Ponte e Serrazina (2000) identificam dois significados que a adição pode ter: *mudar juntando* e *combinar*.

No PMEB (2007) é também valorizado o trabalho de todos os significados da adição, apontando para dois: “compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar” (p. 16). É imprescindível que o professor proporcione aos seus alunos diferentes situações onde os vários significados estejam presentes (Ponte & Serrazina, 2000).

Assim sendo:

Quadro 1 – Diferentes significados da operação adição (adaptado de Morais, 2011, p. 26).

Adição	Combinar: duas ou mais quantidades são transformadas noutra quantidade. Exemplo: *O António tinha 15 cromos, o Fernando tinha 16 e o Bernardo tinha 15. Quantos cromos havia no total?*
	Acrescentar: uma quantidade é aumentada. Exemplo: *Num autocarro viajavam 15 passageiros. Entraram mais 17 passageiros numa paragem. Quantos passageiros seguiram viagem?*

Fosnot e Dolk (2001) referem que apesar do professor planear um determinado contexto, com um dos significados de adição presentes, não significa que os alunos o irão interpretar dessa forma. Estes autores acrescentam ainda que "é provável que um determinado contexto afete os modelos e estratégias utilizadas pelas crianças" (p. 90).

É através deste contexto que os alunos se relacionam e se envolvem na resolução de problemas. Para que sejam capazes de o fazer, deve ser uma tarefa regular, pois a partir disso adquirem confiança na interpretação e resolução dos problemas que lhes foram propostos, desenvolvem estratégias, inicialmente informais, que vão evoluindo e se tornando mais flexíveis e formais, a par do desenvolvimento do seu conhecimento matemático (Ponte et al., 2007).

Estratégias de cálculo mental na adição

As estratégias de cálculo são definidas por Thompson (1999) como "aplicações de factos numéricos conhecidos ou rapidamente calculados em combinação com propriedades específicas do sistema numérico para encontrar a solução para um cálculo cuja resposta não é conhecida" (p. 2).

Existem estratégias diferentes para as quatro operações aritméticas básicas existentes na Matemática. Porém, neste estudo, apenas se referem as estratégias de adição por serem as únicas a serem exploradas.

Num estudo realizado por Cooper, Heirsfield e Irons (1995), onde os alunos teriam de resolver problemas de palavras de adição e subtração, foram identificadas algumas estratégias utilizadas pelos mesmos:

1. Contagem, recorrendo ou não à contagem pelos dedos (27+15=; 27, 28, 29,…);
2. Estratégias, recorrendo a factos numéricos (15+17=; 15+15=30; 30+2=32);
3. u-1010, onde o cálculo é feito da direita para a esquerda; nesta categoria está incluída a utilização do algoritmo (28+35=; 5+8=13=10+3; 20+30+10=60; 60+3=63);
4. 1010, onde o cálculo é feito da esquerda para a direita (28+35=; 20+30=50; 5+8=13; 50+13=63);
5. u-N10, onde o cálculo é realizado começando por adicionar o número de unidades (28+35=; 28+5=33; 33+30=63);
6. N10, onde o cálculo é realizado começando por adicionar o número mais à esquerda (28+35=; 28+30=58; 58+5=63);
7. Métodos mistos (368+275=; 368+200=568; 568+5=573; 573+70=643);
8. Estratégias holísticas (38+56= 40+50+4=94).

No final do estudo, Cooper, Heirsfield e Irons (1995) puderam concluir que as estratégias de contagem foram evoluindo para estratégias mais complexas de cálculo. Importa referir que a estratégia u-1010 era a que os alunos utilizavam mais corretamente.

É possível identificar, na literatura holandesa, diferentes tipos de estratégias para números superiores a 20, sendo as mesmas organizadas em duas categorias: N10 e 1010 (Beishuizen, 1993; 1997; 2009).

Para a categoria N10, que significa número + número de dezenas, é adicionado um múltiplo de 10 à primeira parcela (Beishuizen, 1993; 1997; 2009). Nesta categoria insere-se uma estratégia, de nível mais complexo, a estratégia N10C (número + número de dezenas com compensação). À primeira parcela é adicionado um número aproximado da segunda parcela, que corresponde a um múltiplo de 10, para facilitar o cálculo. Ao resultado é adicionada a diferença que se fez (Beishuizen, 1993; 1997).

Ainda na categoria N10, insere-se ainda outra estratégia, A10 (*adding on*), onde à primeira parcela se adiciona uma parte da segunda parcela, de modo obter um múltiplo de 10, adicionando depois a outra parte restante (Beishuizen, 2001; Varol & Farran, 2007).

Na categoria 1010, os números são decompostos nas suas ordens de grandeza, adicionando-as e obtendo o resultado através da recomposição do número (Beishuizen, 1997; 2009; Varol & Farran, 2007). Uma outra estratégia inserida nesta categoria é a 10S (sequencial): os números são divididos nas suas ordens de grandeza e as mesmas vão sendo adicionadas sequencialmente (Beishuizen, 1993; 2001; 2009; Varol & Farran, 2007).

Em baixo, apresento um quadro com as diferentes categorias das estratégias de cálculo mental mencionadas, para números superiores a 20, seguidas de exemplos:

Quadro 2 - Estratégias de cálculo mental para a adição, com números superiores a 20 (adaptado de Beishuizen 1993; 2009)

Categoria / Estratégias		65+27
N10	N10	65 + 20 = 85; 85 + 7 = 92
	N10C	65 + 30 = 95; 95 - 3 = 92
	A10	65 + 5 = 70; 70 + 22 = 92
1010	1010	60 + 20 = 80; 5 + 7 = 12 80 + 12 = 92
	10S	60 + 20 = 80; 80 + 5 = 85; 85 + 7 = 92

Num estudo analisado por Thompson e Smith (1999), realizado em 1999, em 18 escolas de Newcastle, em Inglaterra, a 144 crianças com níveis de aproveitamento diferentes, foram realizadas entrevistas para se compreender como resolviam adições e substrações com números de dois algarismos. Tendo em conta a problemática do meu estudo, irei apenas apresentar os resultados relativos às estratégias de cálculo mental utilizadas na adição.

As estratégias de resolução foram categorizadas:

1- Contagem de 1 em 1 e/ou de 10 em 10;
2- Manipulação de dígitos;
3- Utilização da estratégia 1010;
4- Utilização da estratégia 10S;
5- Utilização da estratégia N10 ou N10C.

Os resultados obtidos revelam que na adição foram utilizadas, principalmente, as estratégias de cálculo 1010 e 10S.

Já no estudo longitudinal realizado por Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema e Empson (1998), com alunos do 1º ao 3º ano, as crianças foram entrevistadas numa variedade de tarefas que envolviam números múltiplos de 10 e problemas de adição e subtração. Relativamente à adição, não houve qualquer preferência numa das estratégias, pois mais de metade dos alunos utilizou estratégias pertencentes às duas categorias, N10 e 1010.

Beishuizen (2009) refere uma diferença de utilização de estratégia, consoante a facilidade de cálculo que o aluno apresenta. Um aluno com mais facilidade no cálculo parece utilizar mais a estratégia N10, dizendo ser a mais eficiente; um aluno com mais dificuldade de cálculo utiliza mais a estratégia 1010, embora também apresente algumas dificuldades.

Buys (2008) apresenta uma trajetória de aprendizagem de estratégias de cálculo, com alunos do 2º ano de escolaridade, organizando-a em quatro fases:

Etapa 1 – Exploram os diferentes contextos dos números;

Etapa 2 – Efetuam cálculos com números até 100, a partir de estratégias de saltos através do 10 e saltos de 10;

Etapa 3 – Utilizam a estratégia N10 com o suporte de linha numérica vazia;

Etapa 4 – Utilizam as estratégias 1010, N10C e A10.

O mesmo autor defende que a sequência de aprendizagem deve ser respeitada pela ordem apresentada e com a profundidade suficiente para que, mesmo os alunos com maiores dificuldades, possam dominar as estratégias de cálculo mental mencionadas. Também Beishuizen (2001) refere que "a introdução em simultâneo das estratégias de cálculo não promove o desenvolvimento e utilização de novas estratégias de cálculo mental" (Morais, 2011, p. 22).

Em Portugal, não existe uma sequência definida para a aprendizagem das estratégias de cálculo mental. No PMEB (2007) é referida a importância do trabalho de "diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações entre números e entre as operações" (p. 14), o que parece remeter para o trabalho de estratégias da categoria 1010.

Também no Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico (2013), é referida a utilização de estratégias, de forma muito sucinta:

> "As rotinas e automatismos são essenciais ao trabalho matemático, uma vez que permitem libertar a memória de trabalho (…) e permitem determinar, *a priori*, que outra informação se poderia obter sem esforço a partir dos dados de um problema, abrindo assim novas portas e estratégias à sua resolução" (p. 4).

Ainda no mesmo documento é referido que "embora os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais (…) devem ser incentivados a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados" (p. 5). Porém, não existe nada sobre quais as estratégias de cálculo mental a privilegiar nos primeiros anos de ensino.

Além disso, o documento citado anteriormente, mais uma vez, parece remeter o desenvolvimento da Matemática para cálculos mais automatizados, contrariando o enfase dado no PMEB (2007), em que a obtenção de sentido de número e desenvolvimento de estratégias de cálculo mental eram pontos fundamentais na aplicação da Matemática, nos primeiros anos de escolaridade.

III. Metodologia

Como já foi referido anteriormente, o objetivo deste estudo será analisar as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos do 2º ano de escolaridade, na resolução de problemas e em cadeias numéricas. Decorrente do objetivo do estudo, formulei as seguintes questões que nortearam a minha investigação:

a) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos do 2º ano na resolução de cadeias numéricas?

b) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de problemas numéricos de adição?

Relacionadas com o objetivo e com as questões do estudo, fiz algumas opções metodológicas, bem como de recolha e análise de dados.

Neste capítulo, explicito as minhas opções metodológicas, bem como outros aspetos metodológicos envolvidos neste estudo: o contexto, os participantes, os instrumentos que utilizei para recolher todos os dados necessários, e todo o processo da recolha e análise de dados.

Opções metodológicas

Considerando que este estudo foi concretizado numa escola do 1º CEB e atendendo às características deste contexto, foi necessário seguir uma orientação metodológica que permitisse realizar a investigação pretendida. Neste sentido, optei por seguir uma perspetiva de caráter qualitativo. Assim, a investigação-ação foi considerada a metodologia mais adequada a este tipo de projeto de investigação.

Conforme sugerem Bogdan e Biklen (1994), os dados recolhidos são designados por qualitativos, ou seja, são ricos em pormenores descritivos que irão ajudar a conduzir o estudo e levarão o investigador à compreensão dos comportamentos a partir da perspetiva dos participantes do projeto. Ainda segundo os mesmos autores, "os investigadores qualitativos não reduzem as muitas páginas contendo narrativas e outros dados a símbolos numéricos. Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, tentando mantê-los na forma em que os participantes os registaram ou enunciaram" (p. 48).

A metodologia qualitativa é vista como um processo evolutivo, em que o observador torna a sua observação participante e inclui cinco características (Bogdan & Biklen, 1994):

1. A fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador é o principal agente na recolha desses mesmos dados Neste caso, o investigador tem uma questão e vai para a escola tentar compreender a sua hipótese.
2. Os dados que o investigador recolhe são essencialmente de carácter descritivo, "em forma de palavras ou imagens (…). Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 48).
3. Os investigadores que utilizam metodologias qualitativas interessam-se mais pelo processo em si do que propriamente pelos resultados, tornando-se o primeiro mais importante que o último.
4. A análise dos dados é feita de forma indutiva. O investigador analisa os dados que vai recolhendo e, a partir deles, são construídas novas hipóteses. "Não se trata de montar um quebra-cabeças cuja forma final conhecemos de antemão. Está-se a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50).
5. O investigador interessa-se, acima de tudo, por tentar compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências. "O significado é de importância vital na abordagem qualitativa" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 50).

Ainda segundo os mesmos autores, a investigação qualitativa em educação é comparada a viajantes que não planeiam a viagem, ao invés de o fazerem meticulosamente. Os investigadores qualitativos estão continuamente a questionar os sujeitos da investigação, com o objetivo de perceberem "aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas experiências e o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 51), tentando, deste modo, obter um registo rigoroso do modo como as pessoas interpretam os significados, isto é, “apreender as perspetivas dos participantes” (p. 51). Isso ajudará o investigador a fazer alterações que pense serem necessárias para a restante condução do seu estudo.

Como já foi referido anteriormente, este estudo segue a metodologia de investigação-ação. O termo “investigação-ação” tomou forma, como referem Coutinho, Sousa, Dias, Bessa, Ferreira e Vieira (2009), na década de 40 do século XX, com um artigo de Kurt Lewin intitulado de *Action Research and Minority Problems*, dando lugar a uma série de estados evolutivos de uma metodologia que se revelou bastante adequada aos estudos na área das ciências da educação.

São muitas as discussões geradas em volta desta metodologia, Coutinho *et al.* (2009) refere que “a investigação-acção pode ser descrita como uma família de metodologias de investigação que incluem acção (ou mudança) e investigação (ou compreensão) ao mesmo tempo, utilizando um processo cíclico ou em espiral, que alterna entre acção e reflexão crítica” (p. 360).

A escolha deste método tem de ser feita de forma consciente, tendo em conta a problemática que se quer estudar. Segundo Coutinho *et al.* (2009), a investigação-ação pode mesmo ser uma forma de ensino, em que o professor/investigador faz uma exploração reflexiva acerca da sua prática, podendo melhorar a mesma introduzindo alterações pertinentes.

Tendo em conta o que foi descrito por Coutinho *et al.* (2009), podemos caracterizar a metodologia investigação-ação considerando os seguintes aspetos, em consonância com o meu estudo:

- É uma metodologia de pesquisa, essencialmente prática e aplicada, que se rege pela necessidade de resolver problemas reais (Coutinho *et al*, 2009). No meu caso surgiu a necessidade de desenvolver com os alunos o cálculo mental associado à adição.
- Tem um caráter participativo e colaborativo, no sentido em que implica todos os intervenientes do processo (Zuber-Skerritt, 1992). Houve sempre discussão, em grande grupo, para exposição e explicação do que foi pensado.

- A investigação-ação é prática e interventiva, pois não se limita ao campo teórico; a ação tem de estar ligada à mudança (Coutinho, 2005).
- A investigação é cíclica, porque a investigação envolve uma espiral de ciclos, nos quais as descobertas iniciais geram possibilidades de mudança, que são então implementadas e avaliadas como introdução do ciclo seguinte (Cortesão, 1998). Durante a aplicação do meu estudo, algumas alterações foram feitas, consoante a adesão e desenvolvimento das crianças.
- É crítica, pois os participantes atuam como agentes de mudança que são transformados no processo (Zuber-Skerritt, 1992). Durante o meu estudo, foi possível detetar algumas mudanças, por parte dos alunos, durante o processo de resolução de cadeias numéricas e dos problemas de adição.

Esta metodologia foi utilizada neste projeto por ser o que mais se adequa ao seu propósito, por todos os motivos explicados anteriormente. Na metodologia de investigação-ação, o professor tem de planear, atuar, observar e refletir sobre o que propõe aos seus alunos/participantes deste projeto (Coutinho *et al*, 2009).

Contexto e participantes

<u>Caracterização da Escola</u>

Este estudo foi realizado numa escola do 1º CEB com Jardim de Infância (JI), localizada em Azeitão, pertencente à rede pública do Ministério da Educação. Esta escola tem uma tipologia antiga de reduzida dimensão, por isso, tem apenas capacidade para duas turmas do 1º ciclo (2º e 3º anos de escolaridade), uma biblioteca com um computador e uma sala para os professores. As instalações do JI são mais recentes, onde está incluída uma sala destinada a uma turma do 1ºCEB, do 2º ano de escolaridade, onde realizei o meu estágio.

Vendas de Azeitão está inserida num meio rural, porém não é facilmente identificável devido ao desenvolvimento que a área está a tentar atingir. A escola está inserida numa vila de pequena dimensão, com um baixo índice populacional, onde a maioria da população se conhece. É visível, na região, algumas áreas onde são desenvolvidas atividades do setor primário, como a agricultura.

As infraestruturas observadas no local são, sobretudo, casas rasteiras, com um ou dois andares, no máximo (moradias).

<u>Caracterização da turma</u>

A turma do 2º B é composta por 23 alunos, catorze raparigas e nove rapazes. Existem duas crianças a beneficiarem de apoio educativo e uma criança com Necessidades Educativas Especiais (NEE). Este aluno beneficia de apoio especializado, três vezes por semana, por uma professora de ensino especial. É um aluno bastante dotado, ao qual tem de ser dado trabalho com um nível mais exigente, para não perder o interesse pela escola. Tem dificuldade em realizar tarefas individualizadas, embora participe bastante nas tarefas realizadas com toda a turma.

A maior parte dos alunos frequenta as Atividades de Enriquecimento Curricular, à exceção de quatro deles. As crianças desta turma têm idades compreendidas entre os 7 e os 9 anos de idade.

Nem todos os alunos são de nacionalidade portuguesa, havendo uma aluna moldava e outra russa. Estas alunas revelam ter um domínio verbal mediano da língua portuguesa, embora tenham apoio especializado nessa área.

Segundo o Plano de Trabalho de Turma (PTT), os alunos daquela turma pertencem a famílias de classe média, em que as habilitações dos pais estão entre o 3º ciclo e a licenciatura. Tive a oportunidade de interagir com alguns dos pais e, de um modo geral, são acessíveis e interessados na educação dos seus educandos. Revelaram também interesse no meu papel enquanto estagiária naquela sala de aula.

Todos os alunos se conhecem desde o 1º ano de escolaridade e a relação entre eles é de proximidade e de entreajuda. De um modo geral, são alunos participativos, embora com muito medo de errar. Naquela sala de aula, valoriza-se bastante o ambiente de partilha de ideias, de comunicação com os colegas, em que é importante justificar o ponto de vista de cada um e os diferentes modos de resolução das tarefas propostas.

Em relação ao sucesso das aprendizagens, existe alguma heterogeneidade. Por um lado, há alunos que revelam dificuldades ao nível das aprendizagens nas várias áreas do saber; por outro, existem alunos que revelam possuir um bom potencial académico. Ao nível do Português, a maioria dos alunos já lê e escreve fluentemente, com a exceção de quatro alunos que ainda apresentam dificuldades. No que concerne à área da Matemática, segundo a professora da turma, esta é a área mais frágil dos alunos, desde o 1º ano, na qual a maioria dos alunos ainda apresenta algumas dificuldades. Por isso mesmo, achei pertinente desenvolver este estudo nesta turma, em particular.

Relativamente à capacidade para realizar os trabalhos propostos, os alunos revelam ritmos de trabalho distintos. Alguns são bastante despachados na realização de qualquer trabalho, outros têm um ritmo mediano, parecendo precisarem de mais tempo para pensar.

Caracterização dos participantes

Toda a turma foi englobada no meu projeto, pois o desenvolvimento do cálculo mental foi implementado na sala de aula como uma rotina (cadeias numéricas); assim, existiram 23 participantes. Contudo, de modo a analisar mais em profundidade o desenvolvimento do cálculo mental, selecionei quatro alunos. Esta seleção teve, como base, a diversidade de resolução que apresentam dos problemas. As informações relativas aos alunos decorreram da minha observação, como estagiária em dois anos letivos consecutivos naquela turma, e de informações fornecidas pela professora titular da turma.

O Daniel é uma criança com muita dificuldade para acompanhar o ritmo geral da turma. Em todas as áreas curriculares, está um pouco mais atrasado e precisa de acompanhamento especializado na área do Português. Porém, na área da Matemática, foi ganhando confiança, durante a realização do meu estudo: era dos alunos que mais participava e que demonstrava mais empenho na resolução das cadeias numéricas e dos problemas de adição.

A Madalena é uma criança que possui um bom potencial académico, embora seja também uma das alunas com pior comportamento na sala de aula. Estar distraída é já um comportamento bastante comum nesta criança, bem como alguma falta de educação. Na maioria das aulas, esta aluna era colocada de castigo, numa secretária sozinha ou numa outra sala a trabalhar individualmente. Escolhi-a como participante no meu estudo pois apresenta resoluções diferentes nos dois problemas escolhidos para análise.

A Maria é uma das alunas da turma que não tem nacionalidade portuguesa. Desde o 1º ano de escolaridade que é uma aluna muito esforçada e empenhada em aprender. Por vezes, tem alguma dificuldade em se expressar, devido ao facto de ainda não ter um pleno conhecimento da língua portuguesa. No final do meu estágio, pude observar que esta aluna estava a tornar-se desinteressada, tinha um ritmo muito avançado em comparação com os restantes colegas, e já não se sentia desafiada com os exercícios propostos. A escolha para participação no meu estudo, deveu-se à evolução da explicação dos cálculos realizados, como irei analisar, posteriormente.

Por fim, a Matilde era uma aluna com um bom nível de aprendizagem, embora demorasse algum tempo a compreender novos temas. Além disso, era uma criança um pouco complicada, a sua disposição modificava-se rapidamente, conseguia estar bem e ter um bom ritmo de trabalho e, no minuto a seguir, estar a chorar e a insistir que não conseguia realizar o trabalho, que não conseguia compreender o que lhe era pedido. A sua participação no meu estudo é marcada pela sua força de vontade em conseguir resolver os problemas, individualmente.

Principais instrumentos de recolha de dados

Em todas as sessões em que foi implementado este projeto, foram utilizados dois principais instrumentos de recolha: a observação e a recolha documental, complementados com gravações áudio. Durante a realização das cadeias numéricas, foi utilizado um gravador, para registar as respostas das crianças. Na resolução de problemas, recolhi as folhas onde as crianças resolveram e explicaram como chegaram ao resultado final. Há ainda gravações das respostas dadas durante as discussões em grande grupo. Foram ainda feitos registos fotográficos das sessões.

Observação participante

Dado que este estudo passa por compreender que tipo de estratégias são utilizadas pelos alunos na resolução de cadeias numéricas e de problemas de adição, é importante aceder aos processos de pensamento dos alunos. Assim, na execução deste projeto, uma das técnicas usadas na recolha de dados foi a observação participante, como meio de obtenção de dados ricos e relevantes que ajudassem ao sucesso desta investigação. "A observação é uma técnica de recolha de dados particularmente útil e fidedigna, na medida em que a informação obtida não se encontra condicionada pelas opiniões e pontos de vista dos sujeitos" (Afonso, 2005, p. 91).

Tanto Bogdan e Biklen (1994) como Merriam (1988) defendem que a observação participante é o mais correto processo de recolha de dados, neste tipo de estudo. Ferreira (2012), baseando-se em Merriam (1988), afirma ainda que "é uma estratégia fundamental para ver, ouvir, questionar, aprofundar e, finalmente, analisar e organizar a sua experiência direta" (p. 145).

O domínio da observação foi organizado em dois tipos: a observação estruturada e a observação não estruturada. Na primeira, o investigador cria, previamente, um conjunto de tópicos a utilizar no momento da observação, como "utilização de fichas ou grelhas (…) nas quais regista informação" (Afonso, 2005, p. 92). O segundo tipo de observação é definido como sendo "conduzida quando o investigador quer descrever e compreender o modo como as pessoas vivem, (…) implicando que o investigador se insira na situação" (Afonso, 2005, p. 92). Neste estudo, situo-me no domínio da observação não estruturada.

Tendo em conta as definições que foram apresentadas, posso constatar que, durante o meu estudo, o meu papel foi de observadora participante, na medida em que as minhas ações variam consoante as minhas observações, tornando também possível ajustar e/ou modificar algumas das propostas de trabalho.

Recolha documental

Neste estudo, o recurso a este instrumento permitiu complementar e clarificar as informações recolhidas no processo identificado anteriormente. Assim, a recolha documental recaiu, essencialmente, nas folhas de registos escritos dos participantes, com as resoluções relativas aos problemas de adição. Os documentos incluem ainda as transcrições dos registos áudio, obtidos nas aulas em que se implementou o estudo. Segundo Yin (2010), os documentos são uma das fontes de dados usada habitualmente em estudos de natureza qualitativa, permitindo confrontar evidências sugeridas por outras fontes de dados.

É essencial manter coerência entre os documentos e o problema de investigação. Esta coerência está intimamente relacionada com o objetivo do estudo e com as questões de investigação relacionadas ao mesmo. Como afirma Merriam (1988) "os documentos de todos os tipos podem ajudar o investigador a revelar significado, desenvolver compreensão e a descobrir insights relevantes para o problema de investigação" (p. 118).

A análise dos documentos recolhidos, seguida na maioria das investigações, pode ser usada segundo duas perspetivas, descritas por Bell (1993):

1. Servir para complementar a informação obtida por outros métodos, esperando encontrar-se nos documentos informações úteis para o objeto em estudo;
2. Ser o método de pesquisa central, ou mesmo exclusivo, de um projeto e, neste caso, os documentos serem alvo de estudo por si próprios.

No caso deste estudo, e como já foi mencionado anteriormente, esta técnica de recolha vai ao encontro do segundo ponto, segundo a perspetiva de Bell (1993). Dado que pretendo dar resposta a questões associadas ao desenvolvimento do cálculo mental, às estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das tarefas propostas, "as produções dos alunos no âmbito da experiência de ensino são uma fonte fundamental de recolha de dados, a par das aulas observadas e gravadas" (Mendes, 2012, p. 167).

Processo de recolha de dados

O projeto foi implementado por duas fases: a primeira fase englobou o trabalho desenvolvido em torno das cadeias numéricas (cálculo mental realizado no início da aula); a segunda fase foi constituída por uma cadeia numérica que, depois, seria um ponto de partida para o problema que resolveriam a seguir (problema do dia, implementado também de manhã, pois os alunos estavam mais calmos e concentrados).

Como se tornou um hábito as aulas começarem com cadeias numéricas e problema do dia, o meu estudo foi aplicado em toda a turma; contudo, existem alunos dos quais não tenho qualquer registo, outros que não conseguem explicar como pensaram, ou outros nos quais não é notável qualquer evolução ou relação com as duas fases.

O meu estudo foi implementado numa turma do 2º ano de escolaridade, no ano letivo de 2013/2014 durante sete semanas. Durante essas semanas, desenvolvi catorze cadeias numéricas e nove problemas de adição. Os dados foram apenas recolhidos em contexto de sala de aula: documentos escritos pelos alunos, com a resolução dos problemas que lhes eram apresentados, fotografias e registos áudio, que complementam toda a observação, realizada por mim.

Nas primeiras duas semanas (11, 13 e 19 de novembro de 2013), apresentei apenas cadeias numéricas aos alunos. Esta tarefa foi implementada de manhã, após escreverem a data e o plano do dia; os alunos fechavam os cadernos e centravam-se apenas no quadro. Eu escrevia um cálculo de cada vez, para que se pudessem centrar apenas naquele e de modo a que fosse mais fácil associarem o seguinte ao anterior que já estaria resolvido.

Em todos estes dias, a recolha de dados foi feita de duas formas: gravações áudio, onde ficam registadas as várias estratégias de resolução dos alunos, exploradas em grande grupo; fotografias, que registam a forma como os dados eram representados no quadro, a partir das respostas de resolução dos alunos.

Na terceira semana, pensei ser pertinente incluir já a resolução de problemas de adição. Os mesmos foram criteriosamente criados, ao longo da recolha de dados, consoante o desenvolvimento da capacidade de cálculo que os alunos apresentavam. Assim, da terceira à sétima semana, ou seja, de 27 de novembro de 2013 a 23 de janeiro de 2014, começava por propor aos alunos uma cadeia numérica com cinco cálculos, e um problema de adição, com os mesmos números que constavam da cadeia numérica desenvolvida anteriormente.

Nestas aulas, a recolha de dados foi feita, para as cadeias numéricas, da forma anteriormente descrita, a partir de gravações áudio e de fotografias. Para a resolução de problemas, a gravação de áudio manteve-se, de forma a captar todas as respostas dos alunos, bem como todas as estratégias variadas que utilizaram. Tenho também registos escritos da resolução de problemas de adição, pois o problema era apresentado, a cada aluno, numa folha onde apenas constava o enunciado e o espaço para resolução do problema.

Nestas tarefas, a observação participante realizada por mim foi também importante, pois enquanto resolviam os problemas de adição, eu circulava pela sala, apoiando os alunos que me chamassem, mas também ia percebendo quem estava a resolver o problema individualmente, os cálculos que executavam mentalmente e não escreviam no papel.

As gravações de áudio captadas e consideradas mais importantes foram integralmente transcritas, complementando os restantes dados a que tenho acesso, as fotografias e as resoluções escritas de problemas de adição.

O quadro apresentado abaixo, apresenta uma síntese cronológica do processo de recolha de dados, referindo os métodos utilizados, baseado em Mendes (2012):

Quadro 3 - síntese cronológica do processo de recolha de dados.

	Observação participante	**Recolha documental**
Novembro de 2013	11, 13, 19,27	27
Dezembro de 2013	2, 3	2, 3
Janeiro de 2014	8, 14, 16, 20, 21, 23	8, 14, 16, 20, 21, 23

Processo de análise de dados

A análise de dados, segundo Bogdan e Biklen (1994), é o processo de busca e de organização de todo o material que foi sendo acumulado, aumentando assim a compreensão do investigador.

Ao longo da recolha de dados fiz uma primeira análise dos mesmos, associada a todo o processo. Este primeiro nível de análise permitiu-me ajustar e/ou alterar pormenores da implementação. "Efetivamente, o seu objetivo é refletir sobre cada intervenção na sala de aula, negociar e adaptar as próximas intervenções" (Mendes, 2012, p. 175).

Após a audição dos registos de áudio das aulas apenas de cadeias numéricas, tentei fazer o cruzamento com as observações que fui fazendo sobre o desempenho dos alunos. Isso ajudou-me a destacar aspetos mais relevantes e observar outros que poderiam ser aprofundados. Nestas tarefas, a minha análise foi relativa a toda a turma, dado que as gravações de áudio (a única recolha utilizada) foram realizadas em grande grupo. Para este relatório escolhi duas cadeias numéricas, do dia 27 de novembro de 2013 e 23 de janeiro de 2014, para serem analisadas. Esta opção relaciona-se com o facto de tentar perceber que tipo de estratégias os alunos usaram e se evoluíram no seu uso. Escolhi ainda consoante a qualidade do áudio, pois algumas das gravações tinham uma qualidade mais reduzida, impossibilitando perceber o que os alunos diziam.

Nas aulas em que já tinham começado a ser incluídos os problemas de adição, comecei por analisar o modo como cada aluno resolveu os problemas propostos e quais as estratégias que utilizaram. Para este relatório, optei por fazer a análise de dois problemas distintos, um de 2 de dezembro de 2013 e o outro de 23 de janeiro de 2014, apenas dos quatro participantes escolhidos. Esta opção está relacionada com o facto de ser um dos primeiros problemas e um dos últimos, de modo a caracterizar as estratégias utilizadas. Foi importante ver também a resolução que os alunos apresentavam em papel, bem como a evolução desses mesmos registos de um problema para outro.

Após a recolha de todos os dados, tentei fazer uma leitura de todo o material disponível e, assim, de uma forma cuidada, poder fazer a redução dos dados referentes a cada episódio sujeito a análise, no caso das cadeias numéricas, e referentes a cada participante do estudo, no caso dos problemas de adição.

Optei por estruturar a análise de dados em dois pontos distintos: um relativo às estratégias utilizadas nas cadeias numéricas e outro relativo às estratégias utilizadas nos problemas de adição. Dentro destes dois pontos, a análise foi estruturada seguindo uma ordem cronológica.

No caso das cadeias numéricas, comecei por apresentar a cadeia utilizada naquele dia e, após isso, apresento as transcrições relativas às estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos. Nos problemas de adição, apresento as resoluções escritas por cada participante e, depois, as transcrições dos diálogos incluídos nas discussões em grande grupo, de modo a analisar as estratégias usadas pelos quatro alunos.

Para a análise das estratégias de cálculo mental utilizadas na resolução dos problemas de adição e na realização das cadeias numéricas, segui a categorização das estratégias já apresentada para o cálculo com números superiores a 20 (Beishuizen, 1993, 1997, 2001, 2009).

A análise dos dados não foi, de todo, uma tarefa fácil. Porém, como refere Merriam (1988), "analisar os dados recolhidos numa investigação de estudo é um trabalho complexo que exige tempo" (p. 145).

IV. A proposta pedagógica

Neste capítulo, vou apresentar as tarefas que foram propostas aos alunos, bem como a forma como lhes foram apresentados. Assim sendo, o presente capítulo estará dividido nos tipos de tarefas que realizei, e na forma como as aulas foram desenvolvidas, quer na implementação de cadeias numéricas, quer na implementação de problemas.

Como já foi referido anteriormente, utilizei dois tipos de tarefas na implementação do meu projeto: cadeias numéricas e resolução de problemas, com vista nas cadeias que haviam já resolvido.

Os tipos de tarefas

A proposta pedagógica implementada na turma do 2º B inclui dois tipos de tarefas, cadeias numéricas e problemas, e teve a duração de sete semanas. Tanto as cadeias numéricas como os problemas estavam associados à operação adição. Optei por trabalhar apenas a adição, pois a subtração era ainda um assunto pouco abordado na sala de aula. Foram tidos em conta os números utilizados, tanto nas cadeias numéricas como nos problemas, aumentando progressivamente a sua ordem de grandeza.

Para o começo do meu estudo pensei ser importante para os alunos terem, primeiro, contacto com cadeias numéricas. Assim, desde o início do mês de novembro, implementei cadeias numéricas que incluíram cálculos desde o 13 até ao 51. Foram colocadas como uma rotina diária, ainda que eu, no papel de professora estagiária, lhes tenha explicado o porquê daqueles exercícios: era um estudo que a "Professora Joana" precisava de fazer e precisava de toda a ajuda dos seus alunos.

Após notar algum desenvolvimento no cálculo mental daquelas crianças, comecei a propor problemas de adição. Estes passaram a ser incluídos após a resolução de uma cadeia numérica, recorrendo aos mesmos nos problemas. Tal foi feito com o objetivo de tentar perceber se os alunos identificavam as relações numéricas estabelecidas anteriormente e as usavam na resolução do problema que estavam a tentar resolver.

Ambas as tarefas eram pensadas e resolvidas individualmente, e todos os alunos eram incentivados a participarem na discussão coletiva que se gerava, para se analisarem as várias estratégias a que os alunos chegaram.

Em seguida, mostro uma tabela que apresenta, em termos temporais, as cadeias numéricas e os problemas propostos aos alunos:

Quadro 4 – Síntese temporal das cadeias numéricas e problemas de adição.

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7
11-nov	**19-nov**	**27-nov**	**02-dez**	**08-jan**	**14-jan**	**20-jan**
Cadeia 1	Cadeia 4 Cadeia 5	Cadeia 6 Problema 1	Cadeia 7 Problema 2	Cadeia 9 Problema 4	Cadeia 10 Problema 5	Cadeia 12 Problema 7
13-nov			**03-dez**		**16-jan**	**21-jan**
Cadeia 2 Cadeia 3			Cadeia 8 Problema 3		Cadeia 11 Problema 6	Cadeia 13 Problema 8
						23-jan
						Cadeia 14 Problema 9

Para uma melhor perceção do que foi feito, apresento todos as cadeias que foram realizadas em sala de aula:

Quadro 5 - Cadeias numéricas, realizadas em sala de aula.

Cadeia 1	20+20	Cadeia 4	30+30	Cadeia 7	50+50	Cadeia 10	25+25	Cadeia 13	40+40
	20+19		29+30		49+50		25+24		41+40
	20+21		29+29		48+50		25+26		40+42
	19+19		29+31		49+49		26+26		40+20
	21+19		30+29		48+48		25+27		40+21
Cadeia 2	25+25	Cadeia 5	35+35	Cadeia 8	20+20	Cadeia 11	50+50	Cadeia 14	50+50
	25+24		35+34		20+19		51+50		51+50
	25+26		36+34		20+21		51+49		51+49
	26+26		35+36		19+18		51+51		51+51
	26+25		37+37		20+23		52+52		52+52
Cadeia 3	13+10	Cadeia 6	40+40	Cadeia 9	15+15	Cadeia 12	30+30		
	13+20		40+39		15+16		29+30		
	13+21		40+41		16+16		29+29		
	13+19		39+40		15+17		29+31		
	13+18		39+39		14+15		30+29		

O quadro seguinte apresenta os problemas de adição que foram propostos aos alunos. A forma de apresentação dos problemas na sala de aula foi diferente, uma vez que cada um foi proposto aos alunos individualmente e com espaço suficiente para a sua resolução.

Quadro 6 – Problemas de adição, realizados em sala de aula.

Problema 1 – "Os passageiros"
Dentro de um autocarro que ia para Vendas de Azeitão iam 40 passageiros. Em Vila Nogueira, entraram mais 41 passageiros. Quantos passageiros seguiram viagem para Vendas de Azeitão?
Problema 2 – "As carruagens do comboio"
Um comboio que seguia para Sintra tinha três carruagens. Na primeira carruagem seguiam 50 pessoas, na segunda carruagem seguiam 51 pessoas e, na terceira carruagem, seguiam 49 pessoas. Quantos passageiros seguiam, ao todo, no comboio para Sintra?
Problema 3 – "Os leites do 2º B"
A turma do 2º B tem 23 alunos e nem todos bebem leite. Numa semana, fez-se a contagem dos leites bebidos por dia: na segunda-feira beberam 20 leites; na terça-feira 19 leites; na quarta-feira 21 leites; na quinta-feira 18 leites; na sexta-feira 23 leites. Quantos leites se beberam nessa semana?
Problema 4 – "Cromos de futebol"
Numa turma do 2º ano, há sempre três meninos que levam cromos de futebol para a escola. Numa segunda-feira, decidiram juntar todos os cromos e ver quantos tinham, ao todo. O António tinha 15, o Fernando tinha 16 e o Bernardo tinha 15. Quantos cromos havia no total?
Problema 5 – "A peça de teatro"
A Beatriz foi ao teatro. Antes de começar a peça, teve tempo para contar quantas pessoas estavam sentadas. Na fila A, contou 25 pessoas; na fila B, contou 24 pessoas; na fila C, estavam também 25 pessoas; na fila D, estavam 26 pessoas. Quantas pessoas viram a peça?
Prolema 6 – "Tiro ao alvo"
A Daniela, o Artur e a Irina gostam muito de jogar ao tiro ao alvo. Num jogo, a Daniela fez 50 pontos, o Artur fez 52 pontos e a Irina fez 51 pontos. Quantos pontos fizeram, ao todo, nesse jogo?
Problema 7 – "O livro novo"
Às vezes, a professora Joana lê algumas páginas do seu livro novo. Na segunda-feira, leu 30 páginas; na terça-feira, 31 páginas; na sexta-feira, 29 páginas; no sábado, 30 páginas. Quantas páginas leu a professora, nesta semana?
Problema 8 – "Os leites da escola"
A D. Natividade tem de registar os leites que os alunos da escola bebem, todas as semanas. Na terça-feira beberam 40 leites; na quinta-feira beberam mais 42 leites; na sexta-feira beberam mais 21 leites. Quantos leites beberam na semana passada?
Problema 9 – "O metro de Lisboa"
Numa viagem até à baixa de Lisboa, sabemos que foram 50 pessoas numa carruagem, 51 pessoas noutra, 49 na terceira e mais 50 na quarta carruagem. Quantas pessoas viajaram naquele metro?

Tal como se pode verificar, tentei que os contextos dos problemas traduzissem situações com significado para os alunos. Além disso, incluí números que fizessem emergir estratégias eficazes de cálculo mental.

A proposta de cadeias numéricas em sala de aula

As cadeias foram realizadas com vários números, desde cálculos mais simples a outros mais difíceis, para que as crianças se pudessem deparar com diferentes casos e, daí, advir um desenvolvimento a nível do cálculo mental construindo estratégias eficazes. Para análise deste estudo, escolhi duas aulas diferentes para o efeito. Porém, mais cadeias numéricas foram realizadas em sala de aula, anteriormente descritas (quadro 3).

Após os alunos abrirem o dia, com data, nome, local e plano do dia, pedia-lhes que fechassem os cadernos. As tarefas deste estudo foram sempre implementadas logo pela manhã, pois era a altura do dia em que as crianças conseguiam estar mais sossegadas e com um maior nível de concentração. Foram ainda negocidas algumas regras para que a tarefa fosse executada da melhor forma, desde a primeira sessão:

- Não podiam conversar entre si;
- Cada um tinha de pensar na resposta e, quando soubesse, colocava o dedo no ar;
- Só a quem eu pedisse podia responder, tendo que saber explicar como conseguiu chegar àquele resultado;
- Todos tinham de ouvir a partilha de respostas, tivessem ou não chegado à resposta correta.

O modo como explorei as cadeias numéricas seguiu de perto as indicações de Fosnot e Dolk (2001). Começava por escrever o primeiro cálculo da cadeia, e em silêncio, todos os alunos teriam de pensar, individualmente qual era a resposta correta. Nas primeiras aulas, foi-lhes distribuído papel de rascunho, caso precisassem para não se perderem nos cálculos.

Após ter vários dedos no ar e ter passado algum tempo, perguntava a um dos alunos que me desse a sua resposta, bem como a explicação para justificar a mesma.

Nem todos os alunos têm o mesmo ritmo, por isso tentei sempre esperar que o máximo de alunos tivesse uma resposta, sem que isso atrasasse o desenvolvimento natural da tarefa e o seu ritmo, que se pretendia vivo. Na escolha de aluno para responder, tentei sempre diversificar, tentando mesmo pedir aos que menos respondiam ou os que mais dificuldades tinham, pois conseguia ver nas suas expressões o contentamento que era poderem saber responder a algo, para toda a turma.

Durante a resposta que me era dada, eu questionava o aluno, “Como chegaste a esse resultado?”, pois era importante que ficasse registado qual a estratégia de cálculo mental que cada um utilizava. Por vezes, algumas crianças tinham mais dificuldade em se expressarem, por isso mesmo, perguntava sempre se alguém queria ajudar ou explicitar, verbalmente, uma outra forma de pensar.

As respostas dos alunos e os seus modos de raciocinar eram registados no quadro, por mim, para que todos eles conseguissem entender o que cada colega dizia. A figura seguinte mostra um exemplo dos registos realizados no quadro, durante a exploração da cadeia numérica 25+25; 25+24; 26+26;26+25.

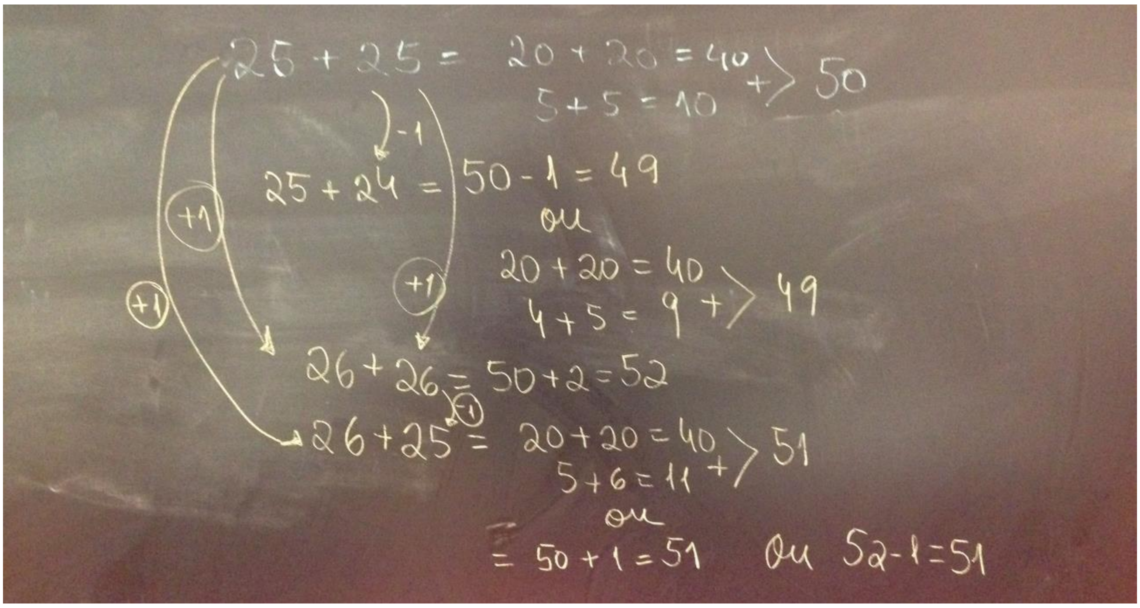

Figura 1 – Registos no quadro associados à cadeia 2.

Em todas as aulas de cadeias numéricas, o procedimento foi o mesmo. No final de cada cadeia numérica, tentava sempre fazer um resumo do que tínhamos feito, do que estava esquematizado no quadro, com o auxílio dos alunos. Dessa forma, os alunos iam retendo as várias estratégias de calcular mentalmente.

A proposta de problemas de adição na sala de aula

A resolução de problemas de adição foi proposta mais tarde, após várias aulas de desenvolvimento de estratégias de cálculo mental, a partir da realização das cadeias numéricas. Os problemas de adição começaram a ser explorados após a realização de uma cadeia numérica, cadeia essa que continha os números que estavam envolvidos nos problemas de adição.

Os problemas foram dados numa folha à parte, onde os alunos teriam de registar no papel, se possível, o seu modo de pensar. Foi uma tarefa complicada fazê-los entender que era necessário registar os seus raciocínios, pois eu não estava nas suas cabeças.

Ao tentar resolver um problema, pressupõe-se que o aluno tenha, cada vez mais, consciência das estratégias existentes, assim como de quais são apropriadas para utilizar em cada situação. "É importante também que os alunos tomem consciência de que, por vezes, algumas estratégias e/ou ferramentas de cálculo são mais eficientes do que outras. Esta consciencialização é um indicador do sentido de número" (Ferreira, 2012, p. 33).

Todas as aulas de resolução de problemas seguiram as seguintes etapas:

1. Apresentação do problema: o problema era lido primeiro pelos alunos e depois por mim, em voz alta, sendo esclarecidas possíveis dúvidas;

2. Resolução do problema, individualmente: cada aluno resolvia o problema, enquanto eu circulava pela sala, apoiando os alunos que me chamassem;

3. Apresentação das estratégias de resolução mais significativas para a discussão em grande grupo: os alunos indicados por mim apresentavam aos colegas o seu modo de resolução do problema. A estratégia de resolução explicada era registada por mim no quadro.

Tentei sempre que os alunos não se entreajudassem no momento de exploração individual, pois o meu objetivo era compreender as estratégias que cada um construía, tentando também perceber a sua evolução, no caso desta existir. Além disso, pretendia ainda compreender a articulação entre estratégias usadas nas cadeias e nos problemas.

Nas primeiras resoluções de problemas de adição, foi necessário insistir para que as crianças escrevessem tudo aquilo que pensavam, "(Eu) Todos os cálculos que fazem, têm de registar, 2+2, 4+4, 100+100… Quero que escrevam tudo!".

Foi minha intenção, na aplicação dos problemas de palavras, que os mesmos conduzissem os alunos a desenvolverem "uma vasta gama de estratégias, de colocarem (formularem) problemas estimulantes e de aprenderem a analisar e a refletir sobre as suas próprias ideias" (NCTM, 2007, p. 134). Essas estratégias eram desenvolvidas na resolução de cadeias numéricas, e esperava-se que os alunos as usassem, posteriormente, nos problemas que faziam "emergir as determinadas estratégias e propiciar o desenvolvimento de certas ideias matemáticas" (*idem*, p. 138).

Quando a maioria dos alunos acabava o problema, passávamos à exploração e discussão do mesmo, em grande grupo.

> "A discussão dos problemas, tanto em pequenos grupos como em colectivo, é uma via importante para promover a reflexão dos alunos, conduzir à sistematização de ideias e processos matemáticos e estabelecer relações com outros problemas ou com variantes e extensões do mesmo problema" (Ponte *et al.*, 2007, p. 45).

Da mesma forma que nas cadeias numéricas, era pedido a alguns alunos com estratégias diferentes, que expusessem a sua forma de resolução. Eu apontava no quadro o que cada aluno ia dizendo, para que toda a turma tentasse compreender o que tinha sido feito. Em baixo, apresento um exemplo dos registos do quadro, associados à exploração do problema 5:

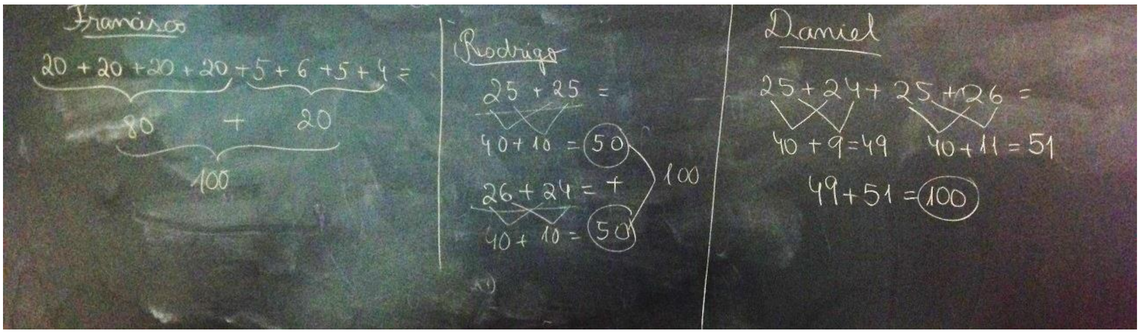

Figura 2 – Registos no quadro associados ao problema 5.

Sempre fiz questão de registar todas as estratégias utilizadas pelos alunos, bem como valorizei todas as maneiras de chegar ao resultado final. Utilizei essa tática, pois as crianças passavam tudo para o caderno, como forma de absorverem melhor o que tínhamos acabado de fazer.

De uma forma geral, a turma tinha uma baixa prestação em Matemática e foi essa a razão principal que me levou a desenvolver este estudo na turma do 2º B. no início, os alunos ficaram reticentes quanto ao meu projeto, dado ser na área onde mais dificuldades apresentavam.

Porém, no decorrer das semanas, as observações feitas em sala de aula, durante o meu estudo, mostraram-se bastante positivas. No geral, os alunos mostravam-se ansiosos e motivados. Logo de manhã, os alunos perguntavam: “Professora, vai haver cálculo mental não vai?”. Participavam ativamente na partilha de resolução das tarefas, tentando sempre arranjar diferentes estratégias.

Para mim, como professora estagiária daquela turma, foi uma ótima sensação perceber que gostavam do meu trabalho, da minha prestação naquela sala. Além disso, foi prestigiante ver que, a maioria dos alunos ganhou gosto pela Matemática e que melhoraram as suas prestações nesta área curricular.

V. Análise dos dados

Neste capítulo apresento a análise da resolução das duas cadeias numéricas e dos dois problemas escolhidos para o efeito (ver Anexos). Esta foca-se na análise das estratégias usadas pelos quatro alunos da turma selecionados sendo explicitada de acordo com a ordem cronológica em que as tarefas foram apresentadas. Desta forma, pretendo caracterizar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução dos dois tipos de tarefas e identificar, no caso de existirem, alterações no uso dessas estratégias. No final, apresento ainda uma síntese global com as características das estratégias utilizadas por todos os alunos estudados.

Como as cadeias numéricas foram propostas em conjunto para toda a turma, e uma vez que as questões eram colocadas e discutidas em grande grupo e todos os alunos tinham a oportunidade de responder, todos os alunos tiveram oportunidade de intervir oralmente, explicando os seus raciocínios.

No que respeita aos problemas, analiso as produções escritas dos quatro alunos selecionados, relativas às resoluções dos problemas propostos, complementando com excertos de transcrições de áudio, sempre que tal for pertinente.

Este capítulo está organizado em duas partes, uma relativa à análise das estratégias usadas pelos alunos durante a realização das cadeias numéricas, e outra relativa à análise das resoluções escritas dos problemas de adição realizadas pelos alunos. Em cada uma dessas partes a análise é realizada tendo em consideração a sequência temporal das tarefas propostas.

Quanto à escolha das tarefas a analisar, foi feita seguindo mesmos critérios, tanto para as cadeias numéricas como para os problemas. Para mim, foi importante escolher uma tarefa pertencente às primeiras semanas de implementação do estudo e outra das últimas semanas, de modo a tentar observar algumas diferenças nas estratégias usadas pelos alunos.

Cadeias numéricas

Resolução da cadeia numérica 6

Era a quarta aula em que os alunos estavam a resolver cadeias numéricas. Quando lhes pedi que fechassem os cadernos, eles já sabiam o que viria a seguir, a resolução de cadeias numéricas. Neste dia, foi realizada a cadeia 6, que inclui os seguintes cálculos:

	Cadeia 6
Cálculo 1	40 + 40
Cálculo 2	40 + 39
Cálculo 3	40 + 41
Cálculo 4	39 + 40
Cálculo 5	39 + 39

Depois de relembrar as regras que criámos em conjunto para cumprirmos durante a realização deste tipo de tarefas, começo por escrever no quadro o cálculo 1 e dou algum tempo para os alunos pensarem. Rapidamente, surgem bastantes dedos no ar e eu dou a palavra a Liliana:

Liliana: 80.
Estagiária: Como é que fizeste?
Liliana: 4 + 4 é 8, logo dá 80.
Estagiária: Ou seja, juntaste as dezenas.

Quando indaguei por modos de pensar diferentes ninguém se manifestou, por isso, considero que este cálculo é já considerado por estes alunos como um facto numérico básico, já eventualmente automatizado. Esta interpretação é fundamentada também através da resposta de Rodrigo, "80, porque já sei de cabeça".

Passo então a propor o cálculo 2, que escrevo no quadro. Nesta altura chamo a atenção dos alunos para analisarem o que este novo cálculo tem de semelhante com o anterior, de modo a estabelecerem ligações entre eles, tornando-se mais fácil efetuar os cálculos. Surgem então duas formas diferentes de pensar:

Daniel: 79.
Estagiária: Como é que fizeste?
Daniel: Ali está 40 mais 39 que dá 79. Temos que tirar 1 ao 40 de cima e ao 80.

Estagiária: Muito bem. Então 40 mais 39 é a mesma coisa que 80-1, que é igual a 79. Quem é que pensou de maneira diferente? Rodrigo diz lá.
Rodrigo: 79! Fiz 4 mais 3 que é igual a 7… 70, e depois pus o 9.
Estagiária: Então juntaste 40+30 que é 70 e juntaste o 9 e dá 79.

Daniel consegue fazer a ligação com o cálculo 1, dizendo que se tirasse 1 do 40, ficava igual ao cálculo 2, por isso o resultado teria de ser o do cálculo 1 menos 1, ou seja, 80-1. Este aluno parece ter recorrido à estratégia N10C, da categoria N10. Neste caso, utiliza o cálculo anterior (40+40=80) e retira uma unidade a uma das parcelas, compensando no total (80-1=79). É a primeira vez que um aluno da turma consegue resolver um cálculo recorrendo aos anteriores, embora já tenham resolvido 3 cadeias numéricas anteriormente.

Por sua vez, Rodrigo resolve o cálculo, adicionando primeiro as dezenas e em seguida adiciona as 9 unidades ao resultado anterior (estratégia 1010).

Também na realização do cálculo 3 surgem duas estratégias diferentes, uma explicitada por Francisco e outra por Joana:

Francisco: 81.
Estagiária: Como é que pensaste?
Francisco: Juntei 1 ao 40+40 lá de cima.
Estagiária: Então o Francisco a este 40 [do cálculo 1] juntou mais 1. Então podíamos juntar a este 80 [do cálculo 1] +1 e dava 81. Alguém pensou de maneira diferente?
Joana: 4+4 é igual a 8 e depois +1 é igual a 81.
Estagiária: Então 4+4 é igual a 8 mas são dezenas. Por isso, tens de pensar em 40+40 que é igual a 80 e + 1 é 81.

O Francisco relaciona o cálculo 3 com o cálculo 1, percebendo que 40+41 corresponde a juntar uma unidade ao cálculo 40+40, ou seja obtém um total que corresponde a 80+1. Este aluno recorre à estratégia N10C da categoria N10, tal como o Daniel, no cálculo 2. Utiliza o cálculo 1 (40+40=80) e acrescenta uma unidade a uma das parcelas, compensando, depois, no resultado (80+1=81).

A Joana também chega ao resultado correto, porém, utiliza a estratégia 1010, pensando primeiro em termos das dezenas e adicionando, posteriormente, as unidades (40+40=80; 80+1=1). Os cálculos que Francisco e Joana realizam são muito semelhantes mas enquanto Joana parece encarar o cálculo 3 como um cálculo isolado, não o relacionando com anteriores, Francisco recorre a um dos cálculos resolvidos e faz a compensação necessária.

O cálculo 4 foi proposto para perceber se os alunos usavam a propriedade comutativa, ainda que informalmente. Na verdade, a maioria dos alunos disse ter percebido que era igual ao cálculo 2, só que com as parcelas trocadas. Matilde é uma das alunas que não identifica a relação entre o cálculo 4 e 2:

> Estagiária: 39+40, Matilde como é que fizeste?
> Matilde: eu fiz 30+40 e depois juntei o 9, é igual a 79.
> Estagiária: Muito bem. Alguém pensou de forma diferente?
> Diana: 39 + 40 é a mesma coisa que 40+39 [o cálculo 2].
> Estagiária: Pois, os números são os mesmos, estão é trocados.

Matilde resolve o cálculo da mesma forma que Rodrigo resolveu o cálculo 2: recorreu à estratégia 1010, decompondo os números nas suas ordens de grandeza e adicionando-os, para chegar ao resultado final. Diana, por sua vez, identifica a propriedade comutativa da adição e usa-a para chegar ao total, relacionado os cálculos 4 e 2.

Por fim, para a resolução do cálculo 5, os alunos recorrem sem dificuldades aos cálculos realizados anteriormente:

> Maria: 78.
> Estagiária: Como é que fizeste?
> Maria: Tirei 1 ao 40 e ficou 39. E depois fiz 79-1.
> Estagiária: Boa. Alguém pensou de maneira diferente?
> Rodrigo: Lá em cima, na primeira conta, tirei 1 ao 40 e 1 ao 40 e ficou 80-2=78.

No caso da aluna Maria, esta recorre ao cálculo 4 para a ajudar a resolver o quinto. Percebe que se retirar uma unidade ao 40, as parcelas ficam iguais às anteriores, logo o resultado é alcançado fazendo 79-1=78. Mais uma vez, é utilizada a estratégia N10C, recorrendo a um cálculo já efetuado e compensando a unidade retirada no total.

Rodrigo também resolve o mesmo cálculo, relacionando-o com outro já calculado mas acha mais fácil olhar para o cálculo 1 e retirar uma unidade a cada uma das parcelas, de modo a igualar os dois cálculos. Em seguida, retira essas duas unidades ao total do cálculo 1, fazendo 80-2, ou seja, 78, recorrendo também à estratégia N10C.

À medida que os alunos vão explicando como pensaram, eu vou escrevendo no quadro, usando simbologia matemática adequada. Após escrever todas as estratégias que foram ditas, opto por perguntar sempre qual a estratégia que os alunos consideram mais rápida e eficaz. A escolha não é unânime, havendo alunos que preferem recorrer ao cálculo anterior e outros que pensam ser mais fácil resolver os cálculos como se os mesmos fossem isolados.

Resolução da cadeia 14

Neste dia, foi proposta aos alunos a realização dos cálculos da cadeia 14, a última cadeia numérica, no último dia de recolha de dados. A figura seguinte apresenta os cálculos que a constituem:

	Cadeia 14
Cálculo 1	50 + 50
Cálculo 2	51 + 50
Cálculo 3	51 + 49
Cálculo 4	51 + 51
Cálculo 5	52 + 52

Tal como habitualmente, começo por apresentar o primeiro cálculo, dando algum tempo para os alunos pensarem. Rapidamente, quase todos já têm o braço no ar e eu dou a palavra a Ana, uma aluna que raramente coloca o braço no ar para responder:

> Ana: 100.
> Estagiária: Como é que fizeste?
> Ana: Já sabia professora!

Ana recorre a um facto numérico básico, possivelmente já automatizado. Mais ninguém tem propostas diferentes para apresentar, ouvindo-se um coro na sala dizendo “eu também já sabia!”. Assim chego à conclusão que, para além de Ana, para a maioria dos alunos este cálculo já deve estar memorizado de forma automática.

Quando proponho o segundo cálculo, surge apenas uma estratégia para a sua resolução:

> Afonso: 101.
> Estagiária: Como é que fizeste?
> Afonso: Juntei mais 1 ao 100 da conta anterior porque nesta é 51+50.
> Estagiária: O Afonso percebeu que se somasse uma unidade ao 50, aqui [no cálculo 1] obtinha o mesmo cálculo, assim sendo é só juntar 1 ao 100 e é igual a 101.

O Afonso consegue fazer a ligação com o cálculo anterior, dizendo que se acrescentasse 1 ao 50, o cálculo ficava igual ao segundo, por isso o resultado teria de ser 100+1. Este aluno recorre à estratégia N10C, pois utilizou o cálculo 1 (50+50=100) e junta uma unidade a uma das parcelas, compensando depois no resultado (100+1=101).

Para a resolução do cálculo 3, são apresentadas três formas diferentes pelos alunos, de chegarem ao resultado:

> Francisco: Fiz 50 mais 40 que é 90 e 1 mais 9 que é igual a 10. Então é só juntar 90 mais 10 e o resultado dá 100.
> Madalena: Eu passei o 1 do 51 para o 49. Então ficou 51-1=50 e 49+1=50 e depois fiz 50 mais 50 que é igual a 100.
> Tomás: Professora eu olhei para o de cima e tirei 1 ao 50 para ficar igual e ao 101 do resultado tirei 1 e ficou igual a 100.

Francisco resolve o cálculo recorrendo à estratégia 1010, decompondo os números em dezenas e unidades e adicionando dezenas com dezenas e unidades com unidades, adicionando depois os totais parciais (dezenas: 50+40=90; unidades: 1+9=10; total: 90+10=100).

Madalena olha para o cálculo a realizar e percebe que, se retirar uma unidade do 51 e a acrescentar ao 49, fica com duas parcelas iguais. Depois, penso que a aluna encara 50+50 como um facto numérico básico, conseguindo facilmente chegar ao resultado final, 100. Assim, a aluna utiliza o método da compensação para conseguir resolver o cálculo: à segunda parcela adiciona uma unidade da primeira parcela, obtendo um múltiplo de 10, e depois adiciona o restante.

O Tomás relaciona o cálculo 3 com o cálculo 2, percebendo que ao retirar uma unidade ao 50 do cálculo 2, fica com os cálculos iguais, logo o resultado pode ser obtido se fizer, depois, a compensação no resultado acima, ou seja, 101-1=100. Este aluno recorre assim, à estratégia N10C.

O cálculo 4 é escrito por mim no quadro e as crianças demoram algum tempo a colocar o braço no ar. Escolho, então, um aluno que me parece ter chegado a alguma conclusão e convido-o a explicar o modo como pensou:

> Estagiária: Daniel consegues dar-me uma resposta?
> Daniel: Acho que é 102.
> Estagiária: Como é que fizeste?
> Daniel: Fiz 50+50 que é igual a 100 e depois 1+1 que é igual a 2. Assim, fica 100+2=102.
> Estagiária: Alguém pensou de maneira diferente? Madalena?
> Madalena: Juntei 1 ao 51+50 [cálculo 2]. E depois juntei esse 1 ao resultado e fiz 101+1=102.

O Daniel resolve o cálculo da mesma forma que o Francisco resolveu o cálculo 3: recorreu à estratégia 1010, ou seja, adiciona separadamente dezenas e unidades, adicionando novamente os totais parciais (50+50=100; 1+1=2; 100+2=102).

Por outro lado, a Madalena obtém o resultado do cálculo 4, como o Afonso e o Tomás chegaram nos cálculos 2 e 3, respetivamente, utilizando a estratégia N10C. A aluna acrescenta uma unidade ao 50 do cálculo 2 para o 4, de modo a que os cálculos ficassem iguais, e depois compensa essa unidade no resultado do cálculo 2, para obter o total desejado, ou seja, 101+1=102.

Na resolução do cálculo 5, o último cálculo da cadeia 14, os alunos recorrem, mais uma vez, às estratégias 1010 e N10C, tal como é evidenciado nas explicações de Rodrigo e Daniel:

> Rodrigo: fiz 50+50 primeiro e depois juntei 2+2 que é igual a 4! A seguir foi só fazer 100+4 que é igual a 104.
> Daniel: Eu pus mais 1 neste 51 e neste também [do cálculo 4] e juntei-os ao 102, por isso fiz 102+2 e isso é igual a 104.

No caso do Rodrigo, o aluno recorre à separação dos números em dezenas e unidades, calculando-os em separado, ou seja, 50+50=100, 2+2=4, 100+4=104. Aqui é, então, utilizada a estratégia 1010 não relacionando este cálculo com algum anterior.

Já o Daniel recorre ao cálculo 4 para o ajudar a resolver este. Ele percebe que, se acrescentar uma unidade a cada 51 do cálculo anterior, as parcelas ficam iguais, logo o resultado é alcançado calculando 102+2 (a segunda parcela é a compensação efetuada para obter cálculos iguais). É, por isso, utilizada a estratégia N10C.

Síntese das estratégias de resolução das cadeias 6 e 14

A análise das intervenções dos alunos evidencia que estes utilizam estratégias diferentes para a resolução dos cálculos apresentados nas duas cadeias, não relacionando sempre os cálculos propostos com outros já realizados anteriormente. As estratégias usadas pelos alunos na resolução dos cálculos são as seguintes: recorrendo a factos numéricos, utilizando a estratégia N10C e a estratégia 1010.

Os factos numéricos básicos que os alunos utilizam são com múltiplos de 10, cálculos eventualmente mais utilizados nas aulas de Matemática e, assim, mais exercitados e automatizados. Neste caso, foi geralmente utilizado no primeiro cálculo de cada cadeia numérica apresentada.

Quanto às estratégias, é possível perceber em que ocasiões cada uma delas é utilizada. Quando os alunos recorrem aos cálculos anteriormente resolvidos, utilizam a estratégia de compensação N10C. Quando os alunos resolvem o cálculo sem fazerem ligação a qualquer cálculo já resolvido anteriormente, utilizam a estratégia 1010, separando as dezenas das unidades, facilitando o processo de cálculo.

Na cadeia 6, a estratégia N10C foi a que os alunos mais utilizaram, como é possível constatar; na cadeia 14, foi tantas vezes utilizada como a estratégia 1010.

No final de cada cadeia, perguntei no final da discussão em grande grupo, qual a estratégia que achavam mais simples para efetuarem aqueles cálculos. A resposta não foi unânime, mas a maioria dos alunos referiu ser mais fácil se olhassem para os cálculos acima resolvidos pois era só acrescentar ou retirar algumas unidades. Porém, houve alunos que referiram não conseguir muito bem calcular desse modo, preferindo assim, separar as dezenas das unidades e depois somar tudo.

Problemas de adição

Quando foi proposto o problema 2 "As carruagens do comboio" (Anexo 3) a tarefa "problema do dia" tinha sido realizada apenas uma vez, sendo nova para estes alunos. Já o problema 9 "O metro de Lisboa" (Anexo 3), foi o último problema a ser implementado, ou seja, os alunos tinham já realizado este tipo de tarefas nove vezes.

<u>As resoluções de Matilde dos problemas 2 e 9</u>

Para Matilde, a resolução do problema 2 "As carruagens do comboio" constituiu uma grande dificuldade, não efetuando quaisquer registos. Na sua folha de registos está apenas a resolução que foi apresentada no quadro, durante o momento de discussão coletiva. Quando a interpelei sobre a resolução do problema explicita que não percebeu o que era pedido, o que tinha de fazer, quais eram os cálculos que tinha de efetuar.

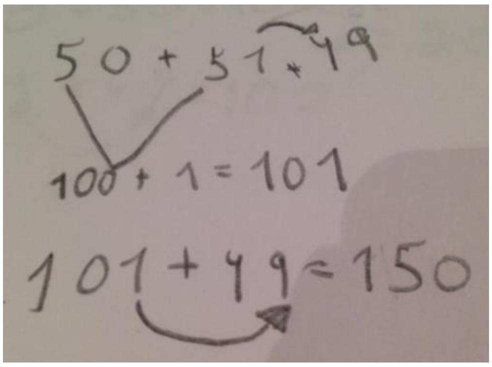

Figura 3 – Resolução de Matilde, copiada do quadro, do problema 2.

Mais tarde, em janeiro, quando é proposta a resolução do problema 9, "o metro de Lisboa", Matilde já consegue resolver a tarefa sozinha, explicitando os cálculos que utiliza no papel. A sua resolução foi a seguinte:

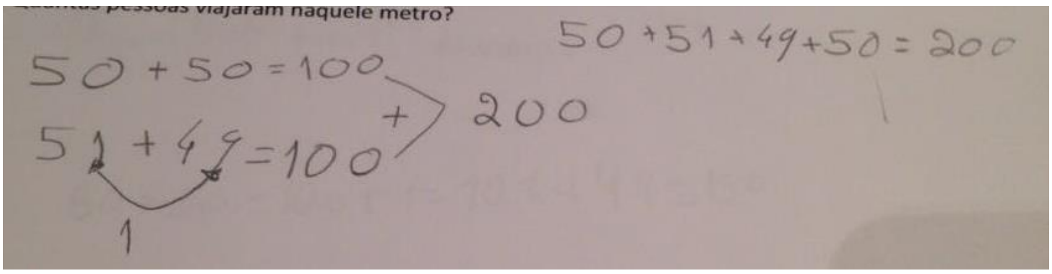

Figura 4 – Resolução de Matilde do problema 9.

Matilde parece ter começado por adicionar os dois primeiros números, 50+50, obtendo um total de 100. Depois, adiciona 51+49, embora pareça ter percebido que é mais fácil calcular se colocar uma unidade da primeira parcela para a segunda parcela, obtendo 50+50, cujo total é igual a 100. Por fim, soma os dois resultados obtidos nos dois cálculos, chegando ao resultado final (100+100=200). A aluna parece ter registado ainda a soma total que tinha de resolver, 50+51+49+50, colocando à frente o resultado que obteve no fim, 200.

No quadro, quando lhe peço que explique como resolveu o problema, a aluna diz:

> Matilde: Foi muito fácil, primeiro fiz 50 mais 50, porque já sei que é 100 e depois juntei os outros que já tínhamos feito no cálculo mental, e vimos que se passássemos o 1 de um lado para o outro, também ficava 50 mais 50, que também ia dar 100! E 100 mais 100 é igual a 200, claro…

Matilde recorre a factos numéricos básicos que parece já ter adquirido anteriormente para resolver o primeiro cálculo. Como ela própria diz, consegue resolver 50+50 pois já sabe que é igual a 100. Depois, diz ter-se lembrado do cálculo 3 da cadeia resolvida anteriormente para conseguir chegar ao resultado seguinte (51+49). A aluna passou uma unidade do 51 para o 49, utilizando uma estratégia de compensação, atingindo o cálculo 50+50, que já sabia ser igual a 100. Após esses cálculos, foi só somar 100 mais 100 que é igual a 200, parecendo ser também, um facto numérico básico já eventualmente automatizado por esta criança.

Síntese das estratégias de resolução de Matilde

Matilde apenas é capaz de resolver o problema 9, parecendo apresentar assim uma evolução nas suas capacidades de cálculo e de interpretação, já que refere, quando se tratava de resolver problema 2, não conseguir entender o que lhe é pedido.

No problema 9, Matilde recorre a factos numéricos básicos, que parecem ter sido já automatizados. Utiliza ainda uma estratégia de compensação, a estratégia N10C, quando lhe parece conveniente para facilitar os cálculos que tem de efetuar.

A aluna refere ainda que, num dos cálculos, recorre ao que fora feito anteriormente na cadeia que desenvolvi com eles, ou seja, é capaz de estabelecer relações entre os diferentes cálculos.

As resoluções de Maria dos problemas 2 e 9

Maria apresenta os seguintes registos, a que recorre para resolver o problema 2, “As carruagens do comboio”:

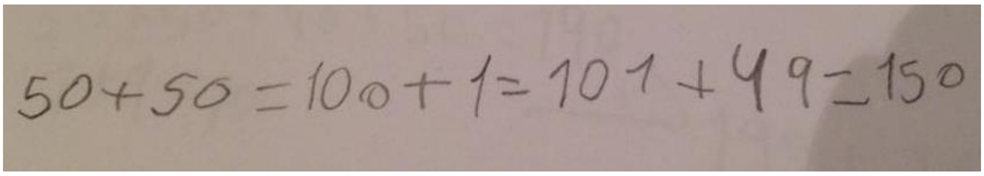

Figura 5 – Resolução de Maria do problema 2.

Maria parece ter começado por adicionar os dois primeiros números, 50+50, obtendo um total de 100; a esse total adicionou uma unidade. Finalmente adiciona o terceiro número, chegando ao resultado de 150. É de registar o uso incorreto do sinal de igual, embora o raciocínio subjacente ao mesmo esteja correto.

No quadro, quando lhe peço que explique como resolveu o problema, a aluna diz:

> Maria: Juntei 50+50 que deu 100 e depois mais 1 do 51 e ficou 101… depois fiz 100+50, porque passei o 1 de um lado para o outro [101-1 e 49+1], e deu 150!
> Estagiária: Muito bem! Mas no papel não escreveste esses passos todos…
> Maria: Esqueci-me, professora!

A aluna confirma que não regista no papel todos os seus raciocínios, embora tenha pensado corretamente.

Assim, Maria adiciona 50+50, retirando uma unidade a uma das parcelas, obtendo 100 e, em seguida, acrescenta a unidade retirada anteriormente. Neste cálculo, a aluna utiliza a estratégia N10C.

No segundo cálculo, 101+49, Maria transfere uma unidade do 101 para o 49, de modo a obter múltiplos de 10 para ser mais fácil de calcular. Aqui, Maria utiliza novamente uma estratégia de compensação. No final, calcula 100+50=150.

No problema 9, “o metro de Lisboa”, resolvido em janeiro, Maria apresenta os cálculos da seguinte forma:

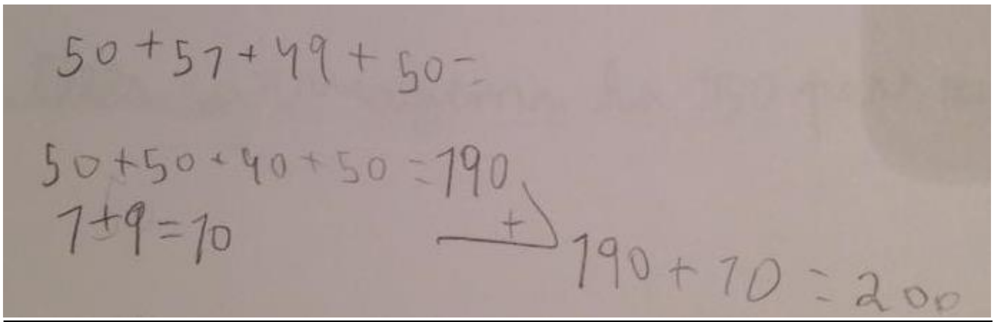

Figura 6 – Resolução de Maria do problema 9.

Ao analisar os seus cálculos, parece-me que a aluna apresenta todas as parcelas que tem de somar e, por baixo, apresenta os cálculos que efetua, efetuando somas parciais, adicionando só dezenas e só unidades: em primeiro lugar, Maria adiciona as dezenas dos números correspondentes às quatro parcelas, obtendo um total igual a 190; depois, soma as unidades respetivas, 1+9=10; por fim, soma os dois resultados obtidos para chegar ao resultado final, 190+10=200.

Na discussão em grande grupo, Maria explica pormenorizadamente o seu processo de resolução:

> Maria: Eu pus o 50, mais o 50, mais o 40 e mais o 50, porque tirei as unidades… e calculei que 50 mais 50 é igual a 100 e depois 50 mais 40 é igual a 90. Então tudo isto [50+50+40+50] é igual a 190.
> Estagiária: Mas não escreveste isso… E como fizeste esses dois cálculos?
> Maria: Pois não professora… o primeiro [50+50] já sabia que era igual a 100. E no outro [50+40] fiz 5 mais 4 que é igual a 9 e depois acrescentei um 0!
> Estagiária: Continua então a explicar o resto dos cálculos…
> Maria: Ah, depois juntei as unidades e fiz 1 mais 9 é igual a 10. No fim, juntei o 190 mais o 10 e deram 200 pessoas!

Para resolver este problema, Maria utiliza a estratégia 1010. A aluna separa as dezenas das unidades, pensando ser mais fácil para calcular. Em primeiro lugar, coloca a soma de todas as dezenas, 50+50+40+50, mas efetua os cálculos dois a dois, 50+50, que me parece apresentar como um facto numérico básico já automatizado anteriormente, e 50+40 que me parece calcular como sendo unidades ao invés de dezenas, acrescentando um 0 ao 9 do resultado, de modo a obter o número real, 90. Seguidamente, Maria soma 100+90 e obtém o valor total das quatro parcelas, 190.

Depois, tem de calcular as unidades: faz 9+1 que é igual a 10 e junta ao resultado inicial, fazendo 190+10=200, que é o resultado final deste problema.

Síntese das estratégias de resolução de Maria

Maria utiliza apenas dois tipos de estratégia: N10C e 1010. No problema 2, a aluna utiliza duas vezes, sem apresentar dificuldade, uma estratégia de compensação. Por sua vez, no problema 9, recorre apenas à estratégia 1010, de modo a facilitar os seus cálculos e conseguir chegar ao resultado final.

<u>A resolução de Madalena dos problemas 2 e 9</u>

A Madalena parece ter raciocinado de forma semelhante de pensamento da aluna anterior; porém, efetuou os registos de forma diferente:

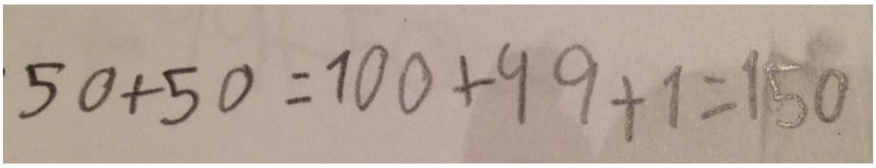

Figura 7 – Resolução de Madalena do problema 2.

Madalena parece ter começado da mesma forma que Maria, adicionando os dois primeiros números, 50+50, obtendo o mesmo total, 100. A esse total, a aluna adicionou as restantes parcelas, o 49 e o 1, chegando ao resultado final de 150. Parece-me que a aluna utiliza a estratégia N10C, quando retira uma unidade do 51, para facilitar o cálculo e a soma no final, para alcançar o resultado final. Também Madalena faz um uso incorreto do sinal de igual, embora o seu raciocínio esteja correto. Na partilha em grande grupo, a aluna não quis apresentar a sua estratégia de resolução, explicando que é igual à de Maria, apesar da minha insistência para que falasse sobre o que fez aos seus colegas.

Em janeiro, Madalena está sentada ao lado de Matilde e isso reflete-se na resolução do problema apresentado. Não há qualquer diferença na apresentação de resolução das duas alunas.

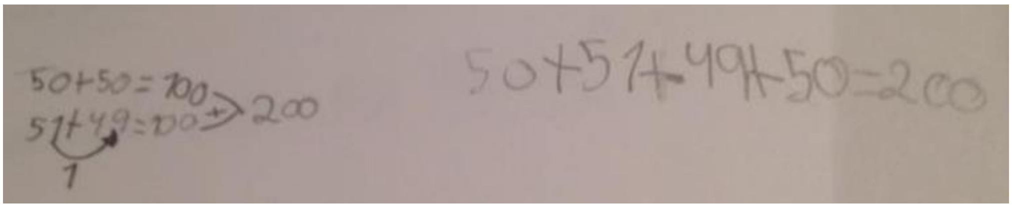

Figura 8 – Resolução de Madalena do problema 9.

A aluna parece ter resolvido o problema fazendo cálculos dois a dois, 50+50 e 51+49, obtendo 100 nos dois. Depois, soma 100+100 que é igual a 200. Madalena apresenta a soma completa que deve efetuar, 50+51+49+50, com o resultado final, 200.

No quadro, a aluna explica da seguinte forma, tentando contrariar a minha ideia de que as duas alunas resolveram em conjunto:

> Madalena: Primeiro escrevi o cálculo todo, 50+51+49+50, mas vi que não conseguia calcular tudo junto… então dividi e fiz 50 mais 50 que é igual a 100 e depois juntei 51+49 porque era só passar o 1 de um lado para o outro e era como se ficasse 50 mais 50 também. E pronto, foi só fazer 100 mais 100, fiz 1 mais 1 que dá 2 e depois acrescentei os zeros e ficou igual a 200.

A forma de pensar de Madalena parece, de facto, um pouco diferente da de Matilde; a segunda aluna diz ter recorrido ao cálculo mental realizado antes do “problema do dia”, para chegar à resolução de 51+49.

Madalena calcula adicionando os números dois a dois para facilitar a resolução do problema. Em 50+50, a aluna parece já saber que o resultado é 100, utilizando assim um facto numérico básico já eventualmente automatizado. Em 51+49, é utilizada a estratégia da compensação, N10C, pois percebe que, ao passar uma unidade de uma parcela para a outra, obtém 50+50, como no cálculo anterior. Depois, para calcular 100+100, Madalena soma o número das centenas (1+1) e acrescenta os zeros apresentados. Aqui, utiliza também um facto numérico adquirido, fazendo 1+1=2, então 100+100=200.

Síntese das estratégias de resolução de Madalena

No problema 2, é difícil interpretar e perceber o que Madalena fez pois a aluna não quis explicar a sua resolução, na discussão em grande grupo. Posso apenas dizer que me parece ter utilizado a estratégia N10C.

Para a resolução do problema 9, Madalena utiliza três estratégias diferentes de cálculo, usa factos numéricos básicos eventualmente já automatizados, uma estratégia de compensação e a estratégia 1010, conseguindo assim atingir o resultado correto deste problema.

<u>A resolução de Daniel dos problemas 2 e 9</u>

O aluno Daniel apresentou apenas o seguinte cálculo, sendo que o restante "fiz de cabeça porque não consegui escrever!":

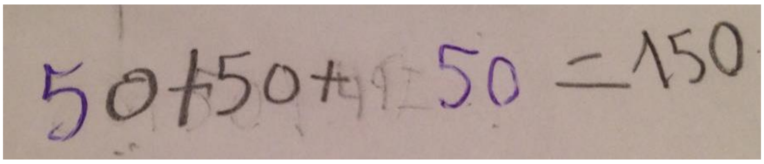

Figura 9 – Resolução de Daniel do problema 2.

Analisando a sua resolução escrita, parece-me que Daniel juntou a unidade do 51 ao 49 (49+1=50), adicionando a seguir os restantes números, 50+50+50, obtendo um total de 150. Percebe-se que deve ter apagado este cálculo parcial, escrevendo depois todas as parcelas iguais a 50. No quadro, o aluno consegue ser mais explícito, esclarecendo todos os passos que efetua para chegar ao 150:

> Daniel: Então como era 50+51+49, eu passei o 1 para o 49 e ficou 51-1=50 e 49+1=50! E depois foi só fazer o 50+50 que é igual a 100 e mais 50 que é igual a 150.

Este aluno teve a capacidade de perceber que, se passasse aquela unidade para a outra parcela, conseguia obter três números iguais. Daniel utiliza o método da compensação neste cálculo. Depois, recorre a factos numéricos (50+50+50) que facilitaram o seu processo de cálculo, neste problema de adição.

No último problema resolvido, o problema 9, Daniel apresenta o resultado da seguinte forma:

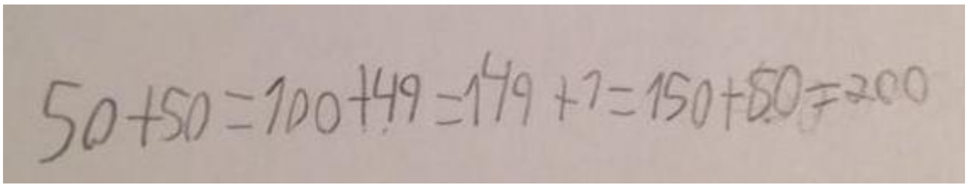

Figura 10 – Resolução de Daniel do problema 9.

Daniel começa por realizar um cálculo que parece considerar mais fácil, apresentando 50+50 que é igual a 100. Depois, soma uma parcela ao 100, o 49, obtendo 149. Por fim, parece que o aluno separa uma unidade do 51, de modo a obter outro 50, somando o 1 ao 149, que é igual a 150, e ao qual soma o 50, chegando ao resultado final de 200. É de notar que escreve à medida que vai pensando, usando de forma incorreta o sinal de igual.

No quadro, o aluno diz o seguinte:

> Daniel: Professora, foi muito difícil… Eu vi dois 50 e somei-os, porque já sei que é igual a 100! Depois somei o 49, porque como tinha só zeros era só fazer 1, depois 0 mais 4 e 0 mais 9, e ficou igual a 149. A seguir, tive de tirar o 1 do 51 porque era mais fácil para calcular… assim, fiz 149 mais 1 e deu igual a 150 e este mais o 50 tive de separar, mas não escrevi… Na cabeça fiz 50 mais 50 que é igual a 100 e depois mais 100 é igual a 200! E pronto.

Daniel fez alguns cálculos de cabeça que não representou no papel, o que torna a análise mais complicada. Na maioria dos cálculos, recorre a factos numéricos básicos já anteriormente automatizados. Por exemplo, o primeiro cálculo que efetua, 50+50, Daniel diz já saber que o resultado é igual a 100. Para calcular 100+49, utiliza a estratégia 1010, embora as dezenas e unidades de 100 serem zero. Ao 149 obtido, Daniel soma uma unidade retirada do 51 que está por calcular ainda, sendo igual a 150. Ao utilizar o método da compensação, o aluno consegue obter 150+50, que ainda não é capaz de calcular de imediato, por isso utiliza novamente a estratégia 1010, dividindo as dezenas, 50+50, que sabe ser igual a 100 (facto numérico básico) e depois 100+100 que parece saber já que é igual a 200, ou seja, parece ser um facto numérico também já automatizado.

Síntese das estratégias de resolução de Daniel

Em cada um dos problemas, Daniel utiliza sempre as três estratégias utilizadas pelos outros três alunos, de forma a facilitar o seu processo de cálculo. Em "As carruagens do comboio", o aluno utiliza factos numéricos básicos que já tem automatizados, bem como as estratégias N10C e 1010, para conseguir obter o resultado final.

Em "O metro de Lisboa", o aluno realiza muitos cálculos, embora utilizando as mesmas estratégias que no problema anterior. Recorre por três vezes a factos numéricos básicos, utiliza uma estratégia de compensação uma vez, e a estratégia 1010 duas vezes, conseguindo no final, chegar ao resultado correto do problema.

Síntese das estratégias usadas pelos quatro alunos

Em suma, apresento as estratégias utilizadas por cada aluno, em cada um dos problemas, de forma a possibilitar uma melhor comparação:

Quadro 7 – Síntese das estratégias utilizadas pelos quatro alunos, nos problemas 2 e 9.

Aluno / Problema	Matilde	Maria	Madalena	Daniel
Problema 2	(não resolveu)	N10C	N10C	Factos numéricos básicos; N10C; 1010
Problema 9	Factos numéricos básicos; N10C	1010	Factos numéricos básicos; N10C	Factos numéricos básicos; N10C; 1010

O quadro mostra que, na maior parte dos casos, os alunos parecem não optar por uma única estratégia, optando, em cada momento, pela estratégia que consideram mais adequada ou até mais fácil de utilizar.

VI. Conclusão

Neste capítulo, começo por apresentar uma síntese do estudo, onde irei incluir o objetivo deste estudo, as questões formuladas a que procurei dar resposta e as opções metodológicas. Num segundo ponto tentarei dar resposta às minhas questões, apresentando as principais conclusões que emergiram do estudo realizado, confrontando-as com as ideias dos autores em que me apoiei neste estudo. Por fim, apresentarei uma reflexão pessoal acerca de aspetos que considero relevantes sobre o trabalho desenvolvido.

Síntese do estudo

O presente estudo insere-se na área curricular da Matemática, mais concretamente no tema Números e Operações, centrando-se no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental a partir da realização de cadeias numéricas e da resolução de problemas.

Centrei-me na operação adição, uma operação aritmética que assume um papel importante no 1º e 2ºs anos de escolaridade. Este tema pareceu-me pertinente uma vez que constatei alguma falta de agilidade mental na realização de cálculos de adição por parte dos alunos, bem como pela curiosidade de saber se, realmente, as estratégias de cálculo desenvolvidas são utilizadas nos diferentes problemas com que os alunos se deparam, no dia-a-dia.

Com este estudo pretendo compreender quais as estratégias utilizadas por alunos do 2º ano de escolaridade, tendo por base a resolução de cadeias numéricas e de problemas numéricos de adição. Assim, o objetivo do meu estudo passa por analisar as estratégias de cálculo mental usadas nos dois tipos de tarefas. Relacionadas com este objetivo, formulei duas questões que me puderam guiar ao longo do seu desenvolvimento e às quais pretendo dar resposta:

a) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de cadeias numéricas?

b) Que estratégias de cálculo mental utilizam os alunos na resolução de problemas numéricos?

A turma em que foi implementado o estudo tinha 23 alunos. Destes 23 alunos, foram selecionadas as resoluções de problemas numéricos de adição de apenas quatro, para uma análise mais aprofundada. Na realização das cadeias numéricas participaram todos os alunos, dada a natureza coletiva deste tipo de tarefa.

Este estudo foi desenvolvido no ano letivo de 2013/2014, durante sete semanas. Foram realizadas catorze cadeias numéricas e nove problemas numéricos, referentes à operação adição.

As conclusões apresentadas resultaram da análise de duas cadeias numéricas e de dois problemas numéricos. Estes foram resolvidos pelos alunos no princípio e no final do estudo.

Conclusões

Partindo do objetivo central do estudo, as conclusões que emergiram dos resultados analisados nos capítulos anteriores serão apresentadas de acordo com as tarefas propostas aos alunos, ou seja, em duas partes: estratégias usadas pelos alunos nas cadeias numéricas e estratégias usadas pelos alunos na resolução dos problemas numéricos.

<u>Estratégias usadas pelos alunos na resolução de cadeias numéricas</u>

Para a resolução dos cálculos que constituem as cadeias numéricas os alunos utilizaram três tipos de estratégias: factos numéricos básicos, estratégia 1010 e estratégia N10C. Os alunos recorreram a factos numéricos para resolverem o primeiro cálculo de cada cadeia. A estratégia 1010 era utilizada quando os alunos resolviam o cálculo por completo, sem recorrerem aos cálculos já anteriormente realizados. Já a estratégia N10C foi utilizada sempre que os alunos recorreram aos cálculos já resolvidos no quadro, apenas fazendo as compensações necessárias.

Em nenhuma das duas cadeias numéricas analisadas houve uma preferência acentuada de uma estratégia de cálculo mental. Na cadeia 6, os alunos utilizaram a estratégia 1010 em três cálculos, o mesmo número de vezes que utilizaram a estratégia N10C.Na cadeia 14, a estratégia 1010 é utilizada também em três cálculos;

porém, a estratégia do tipo N10C é usada em quatro cálculos distintos. Este facto parece contrariar Beishuizen (1993) que diz que as crianças têm uma preferência natural e espontânea para o uso da estratégia do tipo 1010. Contudo, uma vez que este tipo de tarefa tem o objetivo de fazer suscitar o uso de uma estratégia de cálculo, os alunos usaram sobretudo a estratégia N10C porque era essa a finalidade das cadeias numéricas.

Estes resultados vão ainda de encontro às conclusões do estudo de Thompson e Smith (1999), em que as estratégias 1010 e 10S foram as mais utilizadas pelos alunos. Neste caso, é importante referir que se estão a comparar estratégias de alunos com idades diferentes, no estudo de Thompson e Smith (1999), as idades estão compreendidas entre os oito e os dez anos, enquanto no meu estudo as idades estão compreendidas entre os seis e sete anos de idade.

Na utilização da estratégia 1010, os cálculos que os alunos efetuam baseiam-se em factos numéricos já adquiridos anteriormente, por exemplo, se 4+2=6, então 40+20=60 (Beishuizen, 1993).

<u>Estratégias usadas pelos alunos na resolução de problemas numéricos</u>

Para a resolução dos problemas numéricos, os alunos recorreram aos mesmos três tipos de estratégias que utilizaram na resolução dos cálculos das cadeias numéricas. Contudo, apenas os factos numéricos básicos e a estratégia do tipo N10C foram utilizadas pelos quatro alunos; a estratégia 1010 fora utilizada apenas por dois alunos. Ainda assim, não é notória uma preferência por alguma estratégia, dado que os quatro alunos variam de estratégia consoante o que lhes facilita o processo de cálculo, e não se verifica um padrão entre a estratégia utilizada e o nível de cálculo em que o aluno se encontra.

Estes factos permitem-me afirmar que os resultados deste estudo não estão de acordo com o estudo de Beishuizen (2009) que refere uma diferença de utilização de estratégia, consoante a facilidade de cálculo que o aluno apresenta, afirmando que um aluno com mais facilidade no cálculo parece utilizar mais a estratégia N10, enquanto um aluno com mais dificuldade de cálculo utiliza mais a estratégia 1010. Contudo a análise realizada por mim foi muito limitada em termos de número de alunos e número de problemas, pelo que não poderei concluir se esta tendência apontada pelo autor se verifica também nos alunos daquela turma.

Por fim, e ligado aos dois tipos de tarefas realizadas em sala de aula, é possível concordar com a conclusão a que chegaram Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema e Empson (1998), no estudo por eles desenvolvido, pois relativamente à adição, não foi revelada qualquer preferência pelos alunos por alguma das estratégias, já que mais de metade dos alunos utilizou estratégias pertencentes às duas categorias, N10 e 1010.

Reflexão final

Este estudo, agora concluído, permitiu-me observar quais as estratégias que os alunos utilizavam nas tarefas que lhes foram propostas, bem como o processo de resolução das mesmas.

Nesta reflexão final, dou ênfase ao papel dos alunos, que foi crucial para obter o material necessário para o meu estudo. Foi um trabalho que se tornou rotina na sala de aula, onde os alunos se foram sentindo cada vez mais à vontade e mais empenhados na participação das tarefas. Penso que a implementação do meu estudo proporcionou aprendizagens e um desenvolvimento na área curricular de Matemática, nomeadamente no cálculo mental e nas estratégias de cálculo que, por eles próprios, foram capazes de explorar e desenvolver.

No final do estudo, percebo que o ensino e a aprendizagem dos números e operações nos primeiros anos é possível fazer-se propondo uma grande diversidade de tarefas. Além disso, considero que para se proporcionar essa aprendizagem matemática, devem criar-se tarefas diversificadas perante as aprendizagens matemáticas que queremos que os alunos desenvolvam.

A realização deste estudo constituiu um momento importante de aprendizagem para mim, pois não foram apenas os alunos que puderam acrescer e desenvolver o seu conhecimento; eu própria aprendi sobre a temática desenvolvida e sobre o ensino e aprendizagem da Matemática nos primeiros anos de escolaridade.

O estudo realizado constitui-se como a primeira oportunidade de estudar e compreender alguns aspetos na minha prática futura como professora. Um dos pontos que me aponto, que pude perceber durante a audição das gravações de áudio, foi o facto de não ter pedido mais esclarecimentos aos alunos e não ter colocado mais questões que os levasse a fazer raciocínios mais elaborados, na altura em que me estavam a explicar a forma como resolveram o cálculo. Senti ainda alguma dificuldade em apoiar os 23 alunos, na resolução das tarefas propostas, pois cada um apresentava uma dificuldade diferente. Assim, penso que esta experiência me irá ajudar futuramente, enquanto professora, tornando-me mais reflexiva e atenta, quer na elaboração das tarefas, quer relativamente à atividade dos alunos.

Por fim, é verdadeiramente reconfortante quando, após o término do meu estágio e, consequentemente, do meu projeto de investigação, a professora cooperante me diz que os "nossos" alunos conseguiram todos, uma classificação positiva nas avaliações de Matemática e que o mesmo se deveu ao empenho e dedicação que eu investi naquela turma e no desenvolvimento dos alunos relativamente à Matemática.

Referências bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: ME-DEB.

Afonso, N. (2005). *Investigação Naturalista em Educação - Um guia prático e crítico*. Porto: ASA Editores.

Anghileri, J. (2001). *A study of progression in written calculation strategies for division*. British Journal of Learning Support, vol 16, nº1 (pp. 17-22).

Barbosa, A. (2012). *A Relação e a Comunicação Interpessoais entre o Supervisor Pedagógico e o Aluno Estagiário*. Mestrado em Ciências da Educação: especialidade em Supervisão Pedagógica.

Bivar, A.; Grosso, C.; Oliveira, F.; Timóteo, M. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(4), pp. 294-323.

Beishuizen, M. (1997). Development of mathematical strategies and procedures up to 100. Beishuizen, M.; Gravemeijer E. & Lieshout M. van (Eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* (pp. 127-162). Utrecht: Freudenthal Institute.

Beishuizen, M. (2001). Different approaches to mastering mental calculation strategies. J. Anghileri (Ed.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching – Innovative Approaches for the Primary Classroom* (pp. 119-130). Buckingham: Open University Press.

Beishuizen, M. (2009). The empty number line as a new model. I. Thompson (Ed.), *Teaching Numeracy in Primary schools*, pp. 157–168. Open University Press.(Reimpressão de 1999)

Bogdan & Biklen (1994). *Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Buys, K. (2008). Mental Arithmetic. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School* (pp. 121-146). Netherlands: Sense Publishers. (Obra original publicada em 2001)

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema E. & Empson, S. B. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), pp. 3-20.

[Acesso eletrónico]. Disponível em: http://www.uta.edu/faculty/tjorgens/WNO/jrme.pdf

Cebola, G. (2002). *Do número ao sentido de número*. In *Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 223-239). Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Coutinho, C.; Sousa, A.; Dias, A.; Bessa, F.; Ferreira, M. & Vieira, S. (2009). *Investigação-acção: metodologia preferencial nas práticas educativas*. *Psicologia, Educação e Cultura*, vol. XIII, nº 2 (pp. 355-380). Colégio Internato dos Carvalhos.

Ferreira, E. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2.º ano de escolaridade*. Tese de Doutoramento em Educação – didática da Matemática.

Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young Mathematicians at Work – Constructing Number Sense, Addition, and Subtraction.* Portsmouth NH: Heinemann.

Hartnett, J. E. (2007). Categorisation of mental strategies to support teaching and to encourage classroom dialogue. In Watson, J. & Beswick (Eds.), *Proceedings 30th annual conference of the Mathematics Education Research of Australasia - Mathematics: Essencial Research. Essencial Practice* (pp. 345-352). Hobart: Tasmania.

Lourenço, G. & Veia L. (2011). *Calculando em cadeia. Educação e Matemática* (p. 37-40).

McIntosh, A., Reys, B. J. & Reys, R. E. (1992). *A proposed framework for examining basic number sense*. For the Learning of Mathematics, 12(3), 2-8. British Columbia: Canada.

McIntosh, A., Reys, R. E., & Reys, B. J. (1997). Mental computation in the middle grades: The importance of thinking strategies. *Mathematics Teaching in the Middle School, 2*(5), pp. 322-327.

Mendes, M. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1º ciclo.* Doutoramento em Educação – didática da Matemática.

Merriam, S. B. (1988). Case study research in education: A qualitative approach. S. Francisco, CA: Jossey-Bass.

Ministério da Educação (2010-2011). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1º e 2º Ciclos do Ensino Básico*.

Morais, C. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. Dissertação de mestrado em Educação Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success*: *The final report of national mathematics advisory panel.* U.S. Department of Education: Washington. DC

[Acesso eletrónico]. Disponível em: www.ed.gov/pubs/edpubs.html.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar.* Lisboa: APM (Trabalho original publicado em inglês em 2000).

Noteboom, A., Bokhove, J. & Nelissen, J. (2008). Glossary Part I. M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Children Learn Mathematics: A Learning-Teaching Trajectory with Intermediate Attainment Targets for Calculation with Whole Numbers in Primary School* (pp. 89-91) Netherlands: Sense Publishers. (Obra original publicada em 2001).

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.

Reys, J. (1994). *Promoting number sense in middle grades*. *Teaching Mathematics in Middle School*, *1*, 114-120.

Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. In D. C. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 371-389). New York: Macmillan Publishing Company.

Thompson, I. (1999). Mental calculation strategies for addition and subtraction: Part 1. *Mathematics in School,* pp. 2-5.

Thompson, I. (2009). Getting your head around mental calculation. I. Thompson (Ed.), *Issues in Teaching Numeracy in Primary schools*, pp. 145–156. Open University Press. (Reimpressão de 1999).

Thompson, I. & Smith, F. (1999). *Mental calculation strategies for addition and subtraction of 2-digit numbers* (Report for the Nuffield Foundation), Department of Education, University of Newcastle upon Tyne.

Varol, F. & Farran, D. (2007). Elementary school students' mental computation proficiencies. *Early Childhood Education Journal, 35*(1), pp. 89-94.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Reston, VA: NCTM.

Yin, R. (2010). *Estudo de Caso – Planejamento e Métodos.* 2ª edição. Rio de Janeiro: Bookman.

http://www.dicio.com.br. Acesso em: 12 de outubro de 2014.

http://pdgmatemagicando.blogspot.pt/2012/12/a-importancia-do-calculo-mental.html. Acesso em: 11 de outubro de 2014.

Anexos

Anexo 1 – Síntese temporal das cadeias numéricas e problemas de adição

Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	Semana 5	Semana 6	Semana 7
11-nov	**19-nov**	**27-nov**	**02-dez**	**08-jan**	**14-jan**	**20-jan**
Cadeia 1	Cadeia 4 Cadeia 5	Cadeia 6 Problema 1	Cadeia 7 Problema 2	Cadeia 9 Problema 4	Cadeia 10 Problema 5	Cadeia 12 Problema 7
13-nov			**03-dez**		**16-jan**	**21-jan**
Cadeia 2 Cadeia 3			Cadeia 8 Problema 3		Cadeia 11 Problema 6	Cadeia 13 Problema 8
						23-jan
						Cadeia 14 Problema 9

Anexo 2 - Cadeias numéricas, realizadas em sala de aula

Cadeia 1	20+20	Cadeia 4	30+30	Cadeia 7	50+50	Cadeia 10	25+25	Cadeia 13	40+40
	20+19		29+30		49+50		25+24		41+40
	20+21		29+29		48+50		25+26		40+42
	19+19		29+31		49+49		26+26		40+20
	21+19		30+29		48+48		25+27		40+21
Cadeia 2	25+25	Cadeia 5	35+35	Cadeia 8	20+20	Cadeia 11	50+50	Cadeia 14	50+50
	25+24		35+34		20+19		51+50		51+50
	25+26		36+34		20+21		51+49		51+49
	26+26		35+36		19+18		51+51		51+51
	26+25		37+37		20+23		52+52		52+52
Cadeia 3	13+10	Cadeia 6	40+40	Cadeia 9	15+15	Cadeia 12	30+30		
	13+20		40+39		15+16		29+30		
	13+21		40+41		16+16		29+29		
	13+19		39+40		15+17		29+31		
	13+18		39+39		14+15		30+29		

Anexo 3 - Problemas de adição, realizados em sala de aula

Problema 1 – “Os passageiros”
Dentro de um autocarro que ia para Vendas de Azeitão iam 40 passageiros. Em Vila Nogueira, entraram mais 41 passageiros. Quantos passageiros seguiram viagem para Vendas de Azeitão?
Problema 2 – “As carruagens do comboio”
Um comboio que seguia para Sintra tinha três carruagens. Na primeira carruagem seguiam 50 pessoas, na segunda carruagem seguiam 51 pessoas e, na terceira carruagem, seguiam 49 pessoas. Quantos passageiros seguiam, ao todo, no comboio para Sintra?
Problema 3 – “Os leites do 2º B”
A turma do 2º B tem 23 alunos e nem todos bebem leite. Numa semana, fez-se a contagem dos leites bebidos por dia: na segunda-feira beberam 20 leites; na terça-feira 19 leites; na quarta-feira 21 leites; na quinta-feira 18 leites; na sexta-feira 23 leites. Quantos leites se beberam nessa semana?
Problema 4 – “Cromos de futebol”
Numa turma do 2º ano, há sempre três meninos que levam cromos de futebol para a escola. Numa segunda-feira, decidiram juntar todos os cromos e ver quantos tinham, ao todo. O António tinha 15, o Fernando tinha 16 e o Bernardo tinha 15. Quantos cromos havia no total?
Problema 5 – “A peça de teatro”
A Beatriz foi ao teatro. Antes de começar a peça, teve tempo para contar quantas pessoas estavam sentadas. Na fila A, contou 25 pessoas; na fila B, contou 24 pessoas; na fila C, estavam também 25 pessoas; na fila D, estavam 26 pessoas. Quantas pessoas viram a peça?
Prolema 6 – “Tiro ao alvo”
A Daniela, o Artur e a Irina gostam muito de jogar ao tiro ao alvo. Num jogo, a Daniela fez 50 pontos, o Artur fez 52 pontos e a Irina fez 51 pontos. Quantos pontos fizeram, ao todo, nesse jogo?
Problema 7 – “O livro novo”
Às vezes, a professora Joana lê algumas páginas do seu livro novo. Na segunda-feira, leu 30 páginas; na terça-feira, 31 páginas; na sexta-feira, 29 páginas; no sábado, 30 páginas. Quantas páginas leu a professora, nesta semana?
Problema 8 – “Os leites da escola”
A D. Natividade tem de registar os leites que os alunos da escola bebem, todas as semanas. Na terça-feira beberam 40 leites; na quinta-feira beberam mais 42 leites; na sexta-feira beberam mais 21 leites. Quantos leites beberam na semana passada?
Problema 9 – “O metro de Lisboa”
Numa viagem até à baixa de Lisboa, sabemos que foram 50 pessoas numa carruagem, 51 pessoas noutra, 49 na terceira e mais 50 na quarta carruagem. Quantas pessoas viajaram naquele metro?